

Cours n°2

LA LOGIQUE COMME THEORIE DU RAISONNEMENT

1- Kant et la conscience transcendantale

Si l'on en croit cette tradition, la logique serait *une théorie du raisonnement* (et qui plus est, une théorie qui se contente de classer, et qui donc propose un savoir statique). Mais de quel raisonnement s'agit-il ? Pour un penseur empiriste comme John Stuart Mill (1806-1873), cela ne peut être autre chose que notre raisonnement psychologique : les lois de la logique sont « tirées de l'expérience »¹ alors que, comme le souligne J. Cavaillès dès le début de son petit livre « Sur la logique et la théorie de la science » : « Recourir à la psychologie est-il dit dans le *Cours de logique* [de Kant] serait « aussi absurde que tirer la morale de la vie. Il ne s'agit pas des règles contingentes (comment nous pensons) mais des règles nécessaires qui doivent être tirées de l'usage nécessaire de l'entendement que sans aucune psychologie on trouve en soi »². (Cavaillès, « sur la logique et la théorie de la science » p.). En effet, si nous développons des thèses sur notre manière de raisonner (« premier degré »), nous allons raisonner sur... les raisonnements, donc raisonner au « deuxième degré ». Si la logique réside dans les raisonnements de premier degré que nous étudions, sous quelles considérations vont tomber les raisonnements de deuxième degré ? Une logique de la logique ? mais alors il faudra étudier cette logique... et passer à un « troisième degré » et ainsi de suite. Nous avons l'impression que nous ne pouvons pas *sortir* de la logique et la considérer comme une science empirique qui aurait des objets bien circonscrits. Pour Kant, les règles du raisonnement sont tirées d'un « entendement » qui va de lui-même en tant que faculté, et qui transcende notre manière « psychologique » de penser. Cavaillès cependant rappelle la position des logiciens de Port-Royal :

« Tout dans la nature se produit conformément à des règles — aussi l'exercice de nos facultés : tel l'entendement. L'entendement est la source des règles en général pour penser. La question est ici d'après quelles règles lui-même procède. Nous ne pouvons pas penser et utiliser notre entendement autrement que conformément à certaines règles ».

Alors, devons-nous postuler un entendement qui dicte les règles que nous devons suivre ou bien devons-nous penser que cet entendement obéit lui-même à de telles règles ? La contradiction s'énonce bien dans les termes suivants : « la Logique ne peut être définie que postérieurement à la position de ces facultés, bien qu'elle prétende les diriger ». La solution kantienne est de s'en remettre à une *conscience transcendantale* autrement dit à un donné inanalysable, qui pose d'emblée à la fois les règles et la conscience des règles. La logique serait alors l'émanation d'une pure subjectivité, mais un auteur comme Cavaillès montre que Kant lui-même ne reste pas longtemps sur une telle position : dès qu'on cherche à expliciter davantage la notion d'entendement, on tombe sur une conscience concrète, donc sur une forme de psychologisme. Ainsi Frege (dont nous reparlerons plus loin) critique Kant au sujet des propositions « synthétiques ». Pour l'auteur de *Critique de la Raison Pure*, les formules numériques telles que « $2 + 3 = 5$ » sont indémonstrables et synthétiques : autrement dit, nous en avons une intuition immédiate. Mais voit-on immédiatement que « $135\ 664 + 37\ 863 = 173\ 527$ » ? Kant, dit Frege « veut s'aider de l'intuition de doigts ou de points, en quoi il risque de donner un aspect empirique à ces propositions, à l'encontre de ce qu'il pense. Car l'intuition de 37 863 doigts n'est certainement pas une intuition pure ». et encore : « Si la

¹ J. S. Mill dit du principe de contradiction par exemple qu'il « le considère comme étant, de même que d'autres axiomes, une de nos premières et plus familières généralisations de l'expérience » (A System of Logic, 1843, II, chap. VII, §5).

² Ici, Cavaillès fait référence à Kant : Logik, Im. Kants Werke, ed.

vérité de telles propositions n'éclate pas immédiatement, comment seraient-elles comprises autrement que par une preuve ? » (Frege, trad. C. Imbert, p. 129).

2- Les Recherches Logiques de Husserl (1901 – 1913)

L'un des critiques les plus sévères du psychologisme fut Husserl, le fondateur de la phénoménologie. Pour le philosophe allemand, d'une part, le caractère théorique vague des lois psychologiques interdit de fonder sur elles l'exactitude absolue des principes logico-mathématiques et de leurs lois (R. Schérer, 1967), d'autre part, les lois logiques sont valables a priori alors qu'aucune loi naturelle n'est connaissable a priori : par cette dernière, nous ne pouvons atteindre qu'une probabilité. Cela est connu. Mais Husserl ajoute autre chose. Après tout, il se pourrait que l'antécédence constatée des lois « purement logiques » sur la pensée rationnelle se traduise en une relation de fait, c'est-à-dire en l'idée d'une sorte de causalité entre les premières et la seconde. Or, Husserl nie cette possibilité : les lois concernent les contenus des jugements et ne régissent pas les jugements en tant qu'événements psychiques réels. Les propositions « tous les A sont B » et « tous les A sont C » ne déterminent pas causalement la proposition « tous les A sont C ».

« Dire qu'un être est constitué de telle manière qu'il ne peut émettre un jugement contradictoire dans aucune suite d'idées formant un tout, ou qu'il ne peut effectuer aucun raisonnement qui aille à l'encontre des modes syllogistiques – cela ne signifie pas du tout que le principe de contradiction, le modus Barbara, etc. soient des lois naturelles qui pourraient nous expliquer la constitution de cet être. L'exemple de la machine à calculer fait pleinement comprendre cette différence. La disposition et l'enchaînement des chiffres qui viennent s'inscrire sont réglés par une loi naturelle, de la manière dont l'exigent pour leurs significations les propositions arithmétiques. Mais personne n'invoquera les lois de l'arithmétique, au lieu de celles de la mécanique, pour expliquer le fonctionnement physique de la machine ». (Husserl, Recherches Logiques I, p. 73).

Traduit en termes actuels, la comparaison serait avec l'ordinateur : on a beau réaliser des calculs complexes en machine, il ne vient à personne l'idée de dire que le fonctionnement physique de l'ordinateur *s'explique* par les lois de l'arithmétique, on n'ira donc pas chercher la « cause » du fonctionnement de la machine dans les lois de l'arithmétique : ce sont des lois *physiques* qui en sont au fondement.

La préoccupation centrale de Husserl concerne ce qu'on peut appeler³ « l'énigme de la transcendance du monde » et qu'on peut formuler ainsi : étant admis que seule notre conscience ne fait aucun doute pour nous, et qu'elle est toute intériorité, comment peut-elle sortir d'elle-même pour atteindre ses objets ? « L'attitude naturelle » qui est la nôtre dans la vie de tous les jours (mais aussi dans la science) consiste à admettre comme acquise l'existence du monde et comme assurée notre possibilité de connaître ce monde extérieur. Or, nos idées, nos représentations d'une part et les objets extérieurs d'autre part, ne sont pas de la même étoffe : nos idées et représentations sont immatérielles alors que le monde est matériel. Les premières sont internes à notre conscience, le second est en principe extérieur. Il faut donc que nous sortions de nous-mêmes pour atteindre le monde. Pour Husserl, cela n'est pas possible : l'objet visé par notre conscience demeure à l'intérieur de celle-ci. La réalité n'est que le mode de donnée de l'objet, et toute la tâche de la science et de la phénoménologie consiste à élaborer l'existence du monde, à partir des éléments de vécu que nous en avons.

³ E. Housset, 2000, « Husserl et l'énigme du monde », coll. Points – essais, Ed. Le Seuil

L'être du monde est donc nécessairement transcendant à la conscience, même dans l'évidence originaire, et y reste nécessairement transcendant. Mais ceci ne change rien au fait que toute transcendance se constitue uniquement dans la vie de la conscience, comme inséparablement liée à cette vie, et que cette vie de la conscience porte en elle-même l'unité de sens constituant ce monde, ainsi que celle de ce monde réellement existant. Seule l'explicitation des horizons de l'expérience éclaircit, en fin de compte, le sens de la réalité du monde et de sa transcendance. Elle nous montre ensuite que cette transcendance et cette réalité sont inséparables de la subjectivité transcendantale dans laquelle se constituent toute espèce de sens et toute espèce de réalité⁴.

Dans un tel idéalisme transcendantal, la logique tombe de plein pied avec ce à quoi elle est supposée s'appliquer : *des idéalités*.

Dans *Logique formelle et logique transcendantale*, Husserl considère que la logique étudie d'abord le « jugement », du point de vue de la forme : un jugement est ce qui apparaît dans tout acte de juger, une fois qu'on a pris une distance critique vis-à-vis de cet acte (de même que dans le monde matériel, « l'objet pomme » se détache après qu'on ait pris ses distances par rapport à toutes les déterminations actuelles de la perception d'une pomme), sa forme la plus primitive est « S est p », où « est » (la copule) est posé comme un acte qui réalise une synthèse et ainsi produit un sens. Il n'est pas anecdotique d'indiquer à cet endroit qu'ici trouve son origine le courant de logique évoqué plus haut (Lesniewski etc.), qui veut donner un sens à ce « est » en l'axiomatisant (il sera noté « ϵ »). La première discipline de la logique sera donc *la morphologie des jugements* : on cherche à recenser les formes différentes que peut revêtir un jugement élémentaire. Remarquons qu'une telle tâche est loin d'être inutile du point de vue d'une épistémologie : on pourrait en effet s'intéresser à une classification des différents types de jugement tels qu'ils apparaissent dans des disciplines différentes (chimie, biologie...).

La seconde sera une logique de la conséquence. Quant à la troisième, elle étudiera *les formes possibles de théories*.

La réunion de ces trois disciplines constituera ce que Husserl dénomme, selon une expression reprise à Leibniz, la *mathesis universalis*. A cela, Husserl ajoute ce qu'il nomme « logique transcendantale » : si la logique formelle était une doctrine analytique de la science, la logique transcendantale veut en être une doctrine *universelle*, « qui clarifie et fonde les normes des sciences authentiques ». Un tel objectif peut nous sembler aujourd'hui terriblement prétentieux, il importe néanmoins de voir à l'œuvre ce que le philosophe entend par là : rien moins qu'interroger un certain nombre de *présupposés de la science*, tels qu'ils ne pouvaient en aucun cas apparaître à partir de la seule « logique formelle ». « La première présupposition⁵ est celle de l'identité idéale du jugement. Le logicien considère naturellement que les jugements, dont il fait son domaine, sont des formations durables qui demeurent identiques à elles-mêmes et sur lesquelles lui ou un autre pourra revenir à nouveau. Les jugements possèdent la même objectivité, la même solidité que les choses matérielles, on peut les étudier, les abandonner un instant et y revenir, on retrouve les mêmes jugements, tels qu'ils valaient pour nous et tels qu'ils valaient pour les logiciens passés. L'objectivité, l'identité idéale du jugement est une condition nécessaire pour la constitution d'une science intemporelle et intersubjective. Pourtant, il s'agit d'une présupposition sur laquelle le logicien ne revient jamais et dont il est incapable de rendre compte ». Nous aurons l'occasion de revenir sur ce genre de présupposition dans la suite de ce cours. Il est frappant en effet de constater qu'il s'agit justement du genre de présupposé qui a été interrogé de l'intérieur même de la logique, comme nous le verrons, à une époque très récente, en particulier dans les

⁴ Méditations cartésiennes, §28

⁵ j'emprunte ici au texte de P. Cassou-Noguès

travaux de Jean-Yves Girard sur la logique linéaire. Mais comme nous le verrons à ce moment-là, une telle interrogation n'a été rendue possible que sous la pression d'un environnement extérieur totalement imprévisible pour Husserl et ses contemporains, résidant dans *l'invention de l'informatique*. C'est en effet parce que l'informatique posait des problèmes concrets autour du caractère non infini des ressources dont l'ordinateur dispose qu'on en est venu à imaginer *des systèmes logiques qui n'utiliseraient pas cette idée du jugement en tant que ressource idéalement disponible et utilisable une infinité de fois*.

Une autre présupposition à laquelle le philosophe fait référence est celle de « l'idéalisation de nos facultés », telle qu'elle apparaît lorsque le mathématicien dit « ainsi de suite », ou marque une définition avec des « ... » pour marquer le fait que l'esprit a ici besoin de compléter ce qui manque d'explicite. On peut donner l'exemple de la définition des entiers naturels telle qu'elle apparaît dans un manuel élémentaire : « on appellera N l'ensemble des entiers naturels $0, 1, 2, 3, \dots$ » ou bien celui de la définition de la factorielle donnée par : $n! = n(n-1)(n-2) \dots 2.1$.

Or, là encore, des contraintes extérieures comme les besoins de définir explicitement les fonctions dans un langage de programmation nous ont conduit depuis à surmonter cette apparente insuffisance du langage logique (ou du moins son déficit par rapport à l'esprit appréhendant la réalité de l'ensemble ou du calcul). Les définitions données aujourd'hui sont récursives et la *théorie de la récursion*, qui est une partie de la logique, prouve leur caractère bien fondé. La factorielle de n sera plus justement définie par ces lignes :

- $fact(0) = 1$
- pour tout $n \geq 0$, $fact(n+1) = (n+1).fact(n)$

De même, les entiers seront définis par :

- $\{0 \in N \text{ et } \{n \in N \Rightarrow succ(n) \in N\}\}^6$

De nombreux logiciens vont en fait s'inspirer de Husserl, et notamment en Pologne, où a existé dans les années 1930 une école importante de logiciens (« l'Ecole de Varsovie », à laquelle appartenaient Lesniewski, Lukasiewicz, Ajduckiewicz, Lejewski, Tarski etc⁷). Gottlob Frege lui-même doit quelque chose à Husserl, et en tout cas le relaie sur le plan de l'anti-psychologisme : « on ne doit jamais oublier qu'une proposition ne cesse pas plus d'être vraie quand je n'y pense pas, que le soleil n'est anéanti quand je ferme les yeux. Sinon on se verra obligé de faire entrer en compte la teneur en phosphore du cerveau dans la preuve du théorème de Pythagore » (Frege, trad. C. Imbert, p. 119).

3- Cavallès et une « philosophie du Concept »

Nous avons constaté au paragraphe précédent que *la logique, en se développant, tente d'intérioriser la question de ses fondements et de ses présupposés*. C'est là d'ailleurs où nous voyons en quoi la pensée d'un Cavallès se sépare de celle d'un Husserl. Du point de vue d'une philosophie de la conscience, comme peut être caractérisée la phénoménologie, le savoir logique est nécessairement une sorte de savoir idéal, fixe, qui embrasse les structures formelles de la conscience, laquelle ne connaît pas de développement, ou d'histoire, alors que pour Cavallès et ce qu'on appelle sa « philosophie du Concept », la logique, solidaire de la science, est sujette à un développement interne, *sui generis*, que rien ne peut arrêter de l'extérieur : il n'y a pas de conscience absolue qui délimiterait des structures, mais au contraire, une conscience qui elle-même se trouve aux prises avec un développement de la Science, et celui-ci s'effectuerait d'une manière largement autonome, selon un processus historique auquel il serait difficile, voire impossible, d'attribuer un terme, voire même un

⁶ pas exactement, mais nous reviendrons sur ce point plus loin

⁷ Cette Ecole fut décimée par la Seconde Guerre mondiale, certains logiciens ayant disparu pendant cette guerre, d'autres s'étant réfugié dans divers pays : Etats-Unis, Australie...

Sujet. De telles idées seront reprises dans la seconde moitié du XX^{ème} siècle par un certain nombre de philosophes et d'épistémologues, à commencer par Gaston Bachelard (qui préfaça le livre de Cavailles) et Georges Canguilhem, puis, après eux, par le courant structuraliste des soixante – quatre – vingt (Louis Althusser, Michel Foucault etc.).

Il est difficile de rester longtemps au sein d'un idéalisme⁸ tel que celui de Husserl sans ressentir le risque du *solipsisme* : en droit, je n'éprouve que ma propre conscience. Le passage à une sorte de « conscience universelle », ou à un « sujet transcendantal » qui dominerait mes opérations de pensée est tout aussi problématique que peut sembler l'être ma « sortie hors de ma conscience » pour saisir le monde.

Ceci dit, cela ne gêne pas la réflexion sur la logique opérée par le philosophe allemand car cette position lui permet de mettre l'accent sur la dimension « acte subjectif » de l'opération logique. Cavailles et Husserl se rejoignent ici car ils font tous les deux explicitement référence à la notion « d'acte mathématique »⁹, ce qui est une manière quelque peu nouvelle d'envisager cette science : une certaine vulgate verrait bien en effet les mathématiques comme une sorte de réservoir de vérités à découvrir, à connaître, voire à apprendre, mais certainement pas comme des suites d'actes à accomplir « en toute liberté ». La dimension actionnelle ainsi introduite sera ce qui permettra à l'un comme à l'autre de rejeter une conception fixiste des mathématiques selon laquelle il n'y aurait qu'à trouver enfin une syntaxe générale de toutes les mathématiques pour clore le chapitre ouvert par cette science, les théorèmes se déduisant automatiquement à partir des axiomes, sans qu'apparaisse de nouveauté imprévisible. Ils se différencient cependant dans la mesure où Husserl fait de l'acte la simple réalisation subjective d'une relation qui existe indépendamment : il a son sens à l'extérieur de lui-même, alors que Cavailles considère que *le sens de l'acte est en lui-même*, une conception que nous ne tarderons pas à retrouver à l'œuvre dans les conceptions les plus contemporaines de la logique.

4- La logique et la théorie de la « vérité – correspondance »

Dans ces conditions, la logique serait plutôt « science des raisonnements corrects » qu'une science des « raisonnements » en tant que processus mentaux, avec immédiatement tout ce qu'une telle définition comporte en elle de flou et d'indéterminé. Qu'entend on par « correct » ? Y aurait-il donc des raisonnements incorrects ? que faire de ces derniers ? cela n'aurait-il donc pas de sens de s'en occuper ? etc.

Une première approximation de raisonnement « correct » consiste à dire que ce sont ceux qui nous permettent de conserver une certaine adéquation à la réalité, dans le cadre par exemple d'une théorie de la « vérité – correspondance » comme Wittgenstein en développe une dans le *Tractatus Logico-Philosophicus* (1914). Quelques incursions dans le texte wittgensteinien ne sont pas ici inutiles (trad. Pierre Klossowski).

« ...

4. 021 – La proposition est une image de la réalité : car je connais l'état de choses qu'elle représente, si je comprends la proposition. Et je comprends la proposition sans que son sens m'ait été expliqué.

4. 022 – La proposition montre son sens. La proposition montre ce qu'il en est, quand elle est vraie. Et elle dit qu'il en est ainsi.

4. 023 – la réalité doit être déterminée par la proposition soit par « oui », par « non ».
[...]

⁸ idéalisme que nous retrouverons, bien que sous une forme légèrement différente, chez des mathématiciens comme Brouwer

⁹ cf. P. Cassou-Noguès, 2001, « De l'expérience mathématique, essai sur la philosophie des sciences de J. Cavailles », Ed. Vrin

4. 024 – Comprendre une proposition, c'est savoir ce qui arrive, quand elle est vraie. (On peut donc la comprendre sans savoir si elle est vraie. »

Autrement dit, une notion de « vérité » est impliquée dans nos raisonnements : elle exprime un accord avec la réalité, et le raisonnement correct est celui qui maintient cet accord, est tel que si une proposition q est déduite de propositions p_1, \dots, p_n , alors si ces dernières sont « vraies », on peut être assuré qu'il en est de même pour q , autrement dit si les premières correspondent à la réalité, la conclusion y correspondra aussi. Mais de quelle réalité s'agit-il ? Ceci n'est évidemment pas clair. On peut certes adopter un point de vue « réaliste » qui ne formule aucun doute sur l'existence indépendante d'une réalité extérieure, ni sur notre aptitude à sortir de notre esprit pour atteindre cette réalité par l'opération de la connaissance. On notera cependant tout de suite que cela ne semble pas être la position de Wittgenstein. D'abord la relation de « dépicition » entre proposition et état de chose dans le monde ne renvoie pas nécessairement à « notre monde », mais il peut exister des mondes imaginaires (2. 022). Ensuite, dans d'autres aphorismes, le philosophe autrichien ne parle pas « du monde » mais de « mon monde », et dans d'autres encore, il relie « le monde » et « la vie » :

6. 431 – Comme aussi dans la mort, le monde ne change pas mais s'arrête.

6. 4311 – La mort n'est pas un évènement de la vie. On ne fait pas l'expérience de la mort.

Ce qui signifie que le monde cesse d'exister à la mort, mais il s'agit toujours bien entendu de « ma » mort. En fin de compte, le point de vue de Wittgenstein (nous y reviendrons aussi !) est essentiellement lié au langage :

5.6 – Les limites de mon langage sont les limites de mon monde.

5. 62 – Que le monde soit mon monde se montre en ceci que les limites du langage [...] signifient les limites de mon monde.

5. 63 – Je suis mon monde.

Comme on le voit, définir la logique comme science des raisonnements corrects pose a priori autant de questions qu'il en résout (si ce n'est bien plus). Une autre objection interviendra, de la part cette fois de mathématiciens : Brouwer, Poincaré notamment. Ces mathématiciens vont critiquer la logique justement en tant qu'elle se focalise sur le langage, or, disent-ils, les mathématiques ne sont pas qu'un simple langage et il se trouve parfois qu'en voulant y appliquer aveuglément des principes logiques, on arrive, à cause de cela, à des paradoxes et des contradictions. Il nous faut donc maintenant étudier plus particulièrement cet aspect des choses. De fait, c'est à cause des problèmes rencontrés en mathématiques à la fin du XIX^{ème} siècle que se développe la logique et que naît la « logique mathématique » contemporaine.