

Exercices 1 – la notion logique d'inférence

Correction de quelques exercices

1. Dans les couples suivants de phrases, il y a une relation d'implication d'une phrase vers l'autre. Déterminer la direction de l'implication dans chaque couple et pour l'autre direction, donner une situation qui rend une phrase vraie et l'autre fausse.

- (i) a. Nina est jeune ou belle
b. Nina est jeune

Ici, c'est (b) qui implique (a), au sens où il n'est pas possible que (b) soit vrai sans que (a) le soit. Noter que (a) contient « moins d'information » que (b) (on sait moins de choses quand on sait que Nina est jeune ou belle que quand on sait qu'elle est jeune). L'implication logique va ainsi du « plus d'information » vers le « moins d'information ».

(a) n'implique pas (b) car on peut très bien imaginer une situation où (a) serait vrai et (b) faux. Par exemple la situation où Nina est belle mais pas jeune.

- (ii) a. Nina n'est ni jeune ni belle
b. Nina n'est pas jeune

Ici, c'est (a) qui implique (b). (b) n'implique pas (a) car la situation où Nina n'est pas jeune et où Nina est belle rend vrai (b) mais pas (a).

- (iii) a. Marie est arrivée
b. Quelqu'un est arrivé

(a) implique (b). là encore, le « plus d'information » (on sait qui est arrivé) implique le « moins d'information » (on sait que quelqu'un est arrivé mais on ne sait pas qui). (b) n'implique pas (a) car la situation où Julie est arrivée rend vrai (b) mais pas (a).

- (iv) a. Jean a vu moins de quatre étudiants
b. Jean n'a vu aucun étudiant

(b) implique (a) car, là encore, n'avoir vu aucun étudiant est « plus précis » qu'en avoir vu moins de quatre. Si Jean avait vu un étudiant cela aurait contredit (b) mais satisfait (a), donc (a) n'implique pas (b).

- (v) a. Dominique n'est pas une fille blonde
b. Dominique n'est pas une fille

(b) implique (a). Evidemment, si D. n'est pas une fille, elle ne risque pas d'être une fille blonde ! En revanche, elle peut très bien ne pas être une fille blonde (parce qu'elle est brune par exemple) tout en étant une fille.

- (vi) a. Marie court
b. Marie court vite

(b) implique (a) mais (a) n'implique pas (b) car on peut courir sans pour autant courir vite !

- (vii) a. Aucun coureur de fond ne boit de l'alcool

b. Tout athlète est abstiné

(b) implique (a) si on admet qu'un coureur de fond est un athlète et qu'être abstiné signifie ne pas boire d'alcool. En effet (a) est équivalent à dire, en ce cas, que tout coureur de fond est abstiné, comme coureur de fond est un cas particulier d'athlète, si tout athlète est abstiné, a fortiori tout coureur de fond l'est.

2 - Les inférences suivantes sont-elles correctes ? Lesquelles correspondent à des figures d'Aristote ?

- *aucun voyageur ne possède de lecteur MP3*
- *tous les voyageurs sont des étudiants*
- *donc aucun étudiant ne possède de lecteur MP3*

Ce texte se formalise selon : $V \subset \overline{mp3}$, $V \subset E$ donc $E \subset \overline{mp3}$

Ce qui est FAUX. En effet, on peut très bien avoir un étudiant non voyageur et possédant un MP3 sans que cela contredise les deux prémisses.

En termes aristotéliens, cela correspond à un syllogisme faux. En termes de syllogisme, on a :

- *moyen : voyageurs*
- *majeur : possède un MP3*
- *mineur : étudiant*

c'est donc un syllogisme où le moyen figure en position de sujet dans les deux prémisses. C'est ce qu'on appelle un syllogisme de troisième figure. Les propositions sont de types respectifs : E (universelle négative), A (universelle affirmative), E. Or, dans la liste des syllogismes de 3^{ème} figure on ne rencontre aucun mot en EAE.

- *tout professeur est un diplômé*
- *les diplômés sont des ex-étudiants*
- *donc : tout professeur est un ex-étudiant*

Ceci est bien sûr un syllogisme de la forme BARBARA la plus classique !

- *la plupart des professeurs mangent sur le campus*
- *ceux qui mangent sur le campus se nourrissent mal*
- *donc : la plupart des professeurs se nourrissent mal*

Ceci n'est pas un syllogisme aristotélien car Aristote ne traitait pas des quantifieurs comme « la plupart ». On peut néanmoins le représenter avec les outils de logique des classes (Boole) et en ajoutant quelques notations pour le nombre de membres d'une classe. Notons $|A|$ le nombre d'éléments de la classe A. Dire que la plupart des professeurs mangent sur le campus,

c'est dire que (1) $|P \cap C| \geq \frac{|P|}{2}$ où P est la classe des professeurs et C celle des gens qui mangent sur le campus. La deuxième prémisses dit que $C \subset M$. Où M est la classe de ceux qui se nourrissent mal. Donc si dans l'inégalité (1), on remplace C par M, on ne fera que faire croître le nombre d'éléments qui est à gauche de l'inégalité. D'où on en déduira aussi que

$|P \cap M| \geq \frac{|P|}{2}$, donc que la plupart des professeurs se nourrissent mal.

- *la plupart des professeurs mangent sur le campus*
- *les professeurs font partie du personnel de l'Université*
- *donc : la plupart des membres du personnel de l'Université se nourrissent mal*

Ici, l'inférence est fautive. Si le personnel de l'université, en dehors des professeurs, est très nombreux, il se peut bien que la plupart des professeurs mangent sur le campus et que la plupart des membres du personnel mangent ailleurs que sur le campus.

- *aucun conducteur de train n'est allergique au poil de chat*
- *les conducteurs de TGV sont des conducteurs de train*
- *donc : aucun conducteur de TGV n'est allergique au poil de chat*

Ceci est un syllogisme aristotélicien, qui correspond à la forme CELARENT, donc il est correct.

- *aucun conducteur de train n'est allergique au poil de chat*
- *les asthmatiques sont allergiques au poil de chat*
- *donc : aucun conducteur de train n'est asthmatique*

Dans ce syllogisme aristotélicien, le moyen est « allergique au poil de chat », le majeur est « asthmatique » et le mineur est « conducteur de train », c'est donc un syllogisme de 4^{ème} forme. On pourrait dire qu'il est en EAE, mais on constate aussi qu'on pourrait très bien permuter les deux prémisses sans changer le sens, et alors on obtiendrait un syllogisme en AEE, ce qui correspond au mot CALEMES dans la liste des syllogismes de 4^{ème} figure.

En termes de classes, on a évidemment pour les prémisses :

$C \subset \bar{A}$, $H \subset A$ où C est la classe des conducteurs de train, A celle des allergiques et H celle des asthmatiques, mais dire que $H \subset A$, c'est la même chose que dire que $\bar{A} \subset \bar{H}$, donc on déduit : $C \subset \bar{H}$.

3. Les phrases suivantes sont ambiguës. Pour chacune d'elles donner ses différentes lectures et montrer une relation d'implication qu'une lecture possède et pas l'autre.

(i) Jean est grand et mince ou triste

On peut lire (i) selon : Jean est grand et (mince ou triste) ou selon Jean est (grand et mince) ou triste. Dans le premier cas, on peut déduire que Jean est grand, mais pas dans le second (où Jean pourrait être simplement triste, sans être grand).

(ii) J'ai lu que Léa a publié un article dans le journal

Il y a une lecture où on peut déduire que Léa a publié quelque chose dans le journal et une autre où on peut seulement déduire qu'on a lu dans le journal quelque chose sur Léa (mais qui n'est pas forcément vrai).

(iii) Paul croit qu'un détective le suit

Il y a une lecture où on peut déduire qu'il existe un détective dont Paul croit qu'il le suit, et une autre lecture où on peut seulement déduire que Paul a une certaine croyance (mais le détective en question n'existe pas nécessairement).

(iv) Paul cherche une femme

Comme en (iii), il y a une lecture où on peut déduire qu'il existe une femme que Paul cherche (il a perdu sa trace) et une autre lecture où on peut seulement déduire que Paul est à la recherche de l'âme sœur (sans qu'il soit sûr qu'elle existe !).

(v) Tout candidat doit se présenter devant un examinateur

Il y a une lecture où chaque candidat a son propre examinateur, et une lecture où il existe un même examinateur pour tout le monde.