

# Logique

Cours de Licence de Sciences du Langage (L2)  
Alain Lecomte – Professeur, Université Paris 8

---

## Devoir n°2 - corrigé

### Exercice 1

On admet que les trois phrases suivantes sont vraies :

- *Nicolas aime Audrey Tautou ou Lara Fabian*
- *Si Nicolas n'aime pas Patrick Bruel, alors il n'aime pas non plus Audrey Tautou*
- *Si Nicolas aime Lara Fabian, alors il n'aime pas Patrick Bruel*

1- En admettant que Nicolas aime une et une seule personne parmi les trois citées, qui aime-t-il ?

2- En admettant qu'il aime exactement deux personnes parmi ces trois, quelles sont ces deux personnes ?

Formules :

$$a \vee l$$

$$\neg p \Rightarrow \neg a \text{ équivalente à } a \Rightarrow p$$

$$l \Rightarrow \neg p$$

Table :

a	l	p	$a \vee l$	$a \Rightarrow p$	$l \Rightarrow \neg p$
1	1	1	1	1	0
1	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	1	1

Sous-table avec un seul des trois : a, l ou p qui est vrai :

a	l	p	$a \vee l$	$a \Rightarrow p$	$l \Rightarrow \neg p$
1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1

Où il apparaît que la seule assignation de valeurs de vérité rendant vraies les trois formules est :  $a = 0, l = 1$  et  $p = 0$ , donc Nicolas aime Lara Fabian.

Sous-table où deux sont vrais :

a	l	p	$a \vee l$	$a \Rightarrow p$	$l \Rightarrow \neg p$
1	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0

Cette fois, Nicolas aime Audrey et Patrick.

### Exercice 2

Pierre dit : « je n'ai pas fumé de cigarettes et je n'ai pas bu d'alcool »

Sa mère dit : « si tu as bu de l'alcool, alors tu as fumé des cigarettes »

Son père dit : « ou bien tu as fumé des cigarettes, ou bien tu as bu de l'alcool »

1- Ces trois paroles sont-elles compatibles ?

2- Si le père et la mère disent vrai, que conclure de ce que dit Pierre ? qu'a-t-il fait ?

Formules :

$$\neg c \wedge \neg a$$

$$a \Rightarrow c$$

$$c \vee a$$

Table :

a	c	$\neg c \wedge \neg a$	$a \Rightarrow c$	$c \vee a$
1	1	0	1	0
1	0	0	0	1
0	1	0	1	1
0	0	1	1	0

Aucune assignation de valeurs de vérité à a et c ne rend vraies les trois formules, donc elles sont incompatibles. La seule assignation qui rend vraies les affirmations de la mère et du père est celle pour laquelle  $a = 0$  et  $c = 1$ , bien sûr en ce cas, Pierre a menti, et il a fumé.

### Exercice 3 – Enquête policière

On sait qu'un crime a été commis dans une pièce aux alentours de 20h. On est arrivé aux conclusions suivantes :

*Si Nicolas est entré dans la pièce un peu avant 20 heures, alors de deux choses l'une : ou bien François n'est jamais venu dans la pièce ou bien Bernard était déjà là. Il n'est pas vrai que Nicolas et Bernard aient été ensemble dans la pièce. Si Bernard était dans la pièce au moment où le meurtre a été commis, alors Xavier n'y était pas. Il est avéré que Xavier était dans la pièce, mais pas seul et que Xavier n'a pas pu commettre le meurtre.*

Alors... qui a tué ?

Formules :

$$n \Rightarrow (\neg f \vee b) \text{ équivalente à } n \Rightarrow (f \Leftrightarrow b)$$

$$\neg(n \wedge b)$$

$$b \Rightarrow \neg x$$

x

$$b \vee n \vee f$$

Table :

Comme x est vrai, on va se contenter des lignes de la table où x est vrai.

x	b	n	f	$f \Leftrightarrow b$	$n \Rightarrow (f \Leftrightarrow b)$	$\neg(n \wedge b)$	$b \Rightarrow \neg x$	$b \vee n \vee f$
1	1	1	1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	0

Comme on le voit, il y a en réalité deux solutions possibles :

La solution  $x = 1, b = 0, n = 1, f = 0$ , où Nicolas est le coupable

La solution  $x = 1, b = 0, n = 0, f = 1$ , où François est le coupable.

#### Exercice 4

Est-ce que l'argumentation suivante est correcte :

*A moins que nous continuions la politique de soutien des prix, nous perdrons les voix des agriculteurs. Si nous continuons cette politique, la surproduction continuera, sauf si nous contingentons la production. Sans les voix des agriculteurs, nous ne serons pas réélus. Donc si nous sommes réélus et si nous ne contingentons pas la production, il continuera d'y avoir surproduction .*

Formules :

$\neg qwp$  équivalente à  $q \Leftrightarrow p$

$p \Rightarrow (rws)$

$\neg q \Rightarrow \neg t$  équivalente à  $t \Rightarrow q$

DONC :  $(t \wedge \neg s) \Rightarrow r$

Déduction :

1	$q \Leftrightarrow p$	prem1
2	$p \Rightarrow (rws)$	prem2
3	$t \Rightarrow q$	prem4
4	$t \wedge \neg s$	hyp
5	$t$	$\{A \wedge B\} \models A, 4$
6	$q$	MP, 5, 3
7	$p$	MP $\Leftrightarrow$ , 6, 1
8	$(rws)$	MP, 7, 2
9	$\neg s$	$\{A \wedge B\} \models B, 4$
10	$r$	$\{A \wedge B, \neg B\} \models A, 9, 8$
11	$(t \wedge \neg s) \Rightarrow r$	raisonnement hypothétique