

Devoir n°2

Soit L un langage prédicatif du premier ordre contenant :

- Constantes individuelles : a, b
- Prédicats unaires : walked, talked, laugh
- Prédicat binaire : saw

Soit le cadre d'interprétation $M = (D, I)$ où $D = \{\text{John, Bill, Mary}\}$ et I est définie par :

$I(a) = \text{John}$, $I(b) = \text{Bill}$, $I(\text{walked}) = \{\text{John, Bill}\}$, $I(\text{talked}) = \{\text{Bill}\}$, $I(\text{laughed}) = \{\text{John, Mary}\}$,

$I(\text{saw}) = \{(\text{John, John}), (\text{John, Mary}), (\text{Bill, Bill}), (\text{Bill, Mary}), (\text{Mary, John}), (\text{Mary, Bill})\}$

Démontrer que :

- $[[\text{walked}(\text{John})]]^M = 1$
- $[[\exists x (\text{walked}(x) \wedge \text{talked}(x))]]^M = 1$
- $[[\forall x (\forall y \text{ saw}(x, y))]]^M = 0$
- $[[\forall x (\exists y \text{ saw}(x, y))]]^M = 1$
- $[[\exists x (\forall y \text{ saw}(y, x))]]^M = 0$

Evaluer par rapport à M la formule :

- $(\forall x)(\text{walked}(x) \Rightarrow (\exists y)(\text{talked}(y) \wedge \text{saw}(x, y)))$

2- Exprimer par des formules de logique du premier ordre les phrases :

Un étudiant a ri

Exactement un étudiant a ri

Tous les étudiants ont un livre

Tout étudiant aime sa mère