

Devoir n°1 - cours B06-S1








Master LTD/MasterCog

1. Ensembles

Soit $E = \{a, \{a\}, \{b, c\}, \emptyset\}$ et $F = \{a, b, c, \emptyset\}$, à quoi est égal $E \cap F$? $E - F$?, $E \cup F$?

2. Soit E un ensemble quelconque, à quoi est égal $\emptyset \times E$? Pourquoi ?

3. Soit $E = \{7, 8, 9, 10, V, D, R, As\}$ et $F = \{\spadesuit, \heartsuit, \diamondsuit, \clubsuit\}$. Soit f une fonction $E \rightarrow F$ définie par.

7	8	9	10	V	D	R	As
							

- est-elle partout définie ?
- si on la limite à son domaine de définition, est-elle surjective ? injective ?
- calculer $f^{-1}(\spadesuit)$
- calculer $f(\{V, D, R\})$
- Définir en extension le produit cartésien de E et de F (noté $E \times F$)
- Vérifier qu'on peut voir f comme un sous-ensemble particulier de $E \times F$ (qu'on appelle son *graphe*), il s'agit de l'ensemble des couples $(x, f(x))$ pour lesquels f est définie en x .

4. Systèmes thuiens et semi-thuiens

Soit le système R sur l'alphabet $\{a, b\}$ tel que $ab \leftrightarrow \epsilon$ et $ba \leftrightarrow \epsilon$. En quoi peut se réduire le mot $aaabababbbb$? A quelle condition deux mots sont-ils équivalents ?

5. Grammaires

Soit G la grammaire définie par $V_N = \{S, T\}$ et $V_T = \{a, c\}$ et :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow TT \\ T &\rightarrow aTa \\ T &\rightarrow c \end{aligned}$$

Quel langage engendre-t-elle ?

6. Trouver une grammaire G qui permette d'engendrer exactement le langage de tous les mots sur $\{a, b\}$ qui ont la particularité d'être des *palindromes* (c'est-à-dire des mots tels que si on les lit de gauche à droite ou de droite à gauche, on obtienne la même chose, par exemple 'ELUPARCETTECRAPULE').
7. Trouver une grammaire G qui engendre (et n'engendre que) les phrases de la forme :

- soit p soit q,
- si p alors q,
- et toutes les combinaisons possibles de ces deux schémas :
 - soit si p alors q soit si r alors t
 - si soit p soit q alors si si r alors t alors soit a soit b
 (p, q, r, s, t, a, b... sont supposées être des lettres renvoyant à des propositions et sont considérées comme des terminaux de la grammaire, aux côtés des mots soit, si, alors).

Montrer que la séquence de mots :

si soit p soit q alors si r alors t alors soit a soit b
n'est pas correctement formée.