

Exercice de déduction en logique des prédicats du premier ordre

PRÉMISSES :

- (1) $(\forall x)(\forall y)(chev(x) \Rightarrow (chien(y) \Rightarrow plus_rap(x, y)))$
- (2) $(\exists x)(levr(x) \wedge (\forall z)(lapin(z) \Rightarrow plus_rap(x, z)))$
- (3) $(\forall x)(levr(x) \Rightarrow chien(x))$
- (4) $chev(harry)$
- (5) $lapin(ralph)$
- (6) $(\forall x)(\forall y)(\forall z)(plus_rap(x, y) \Rightarrow (plus_rap(y, z) \Rightarrow plus_rap(x, z)))$

CONCLUSION :

$plus_rap(harry, ralph)$

1	$(\forall x)(\forall y)(chev(x) \Rightarrow (chien(y) \Rightarrow plus_rap(x, y)))$	<i>prem</i> (1)
2	$(\forall y)(chev(harry) \Rightarrow (chien(y) \Rightarrow plus_rap(harry, y)))$	$[\forall e]$, 1
3	$(\exists x)(levr(x) \wedge (\forall z)(lapin(z) \Rightarrow plus_rap(x, z)))$	<i>prem</i> (2)
4	$x_0 \mid (levr(x_0) \wedge (\forall z)(lapin(z) \Rightarrow plus_rap(x_0, z)))$	<i>hyp</i>
5	$levr(x_0)$	$[\wedge e_1]$, 4
6	$(\forall x)(levr(x) \Rightarrow chien(x))$	<i>prem</i> (3)
7	$(levr(x_0) \Rightarrow chien(x_0))$	$[\forall e]$, 6
8	$chien(x_0)$	$[\Rightarrow e]$, 5, 7
9	$(chev(harry) \Rightarrow (chien(x_0) \Rightarrow plus_rap(harry, x_0)))$	$[\forall e]$, 2
10	$chev(harry)$	<i>prem</i> (4)
11	$chien(x_0) \Rightarrow plus_rap(harry, x_0)$	$[\Rightarrow e]$, 9, 10
12	$plus_rap(harry, x_0)$	$[\Rightarrow e]$, 8, 11
13	$(\forall z)(lapin(z) \Rightarrow plus_rap(x_0, z))$	$[\wedge e_2]$, 4
14	$(lapin(ralph) \Rightarrow plus_rap(x_0, ralph))$	$[\forall e]$, 13
15	$lapin(ralph)$	<i>prem</i> (5)
16	$plus_rap(x_0, ralph)$	$[\Rightarrow e]$, 14, 15
17	$(\forall x)(\forall y)(\forall z)(plus_rap(x, y) \Rightarrow (plus_rap(y, z) \Rightarrow plus_rap(x, z)))$	<i>prem</i> (6)
18	$(\forall y)(\forall z)(plus_rap(harry, y) \Rightarrow (plus_rap(y, z) \Rightarrow plus_rap(harry, z)))$	$[\forall e]$, 17
19	$(\forall z)(plus_rap(harry, x_0) \Rightarrow (plus_rap(x_0, z) \Rightarrow plus_rap(harry, z)))$	$[\forall e]$, 18
20	$(plus_rap(harry, x_0) \Rightarrow (plus_rap(x_0, ralph) \Rightarrow plus_rap(harry, ralph)))$	$[\forall e]$, 19
21	$(plus_rap(x_0, ralph) \Rightarrow plus_rap(harry, ralph))$	$[\Rightarrow e]$, 20, 12
22	$plus_rap(harry, ralph)$	$[\Rightarrow e]$, 21, 16
23	$plus_rap(harry, ralph)$	$[\exists e]$, 3, 4-22