

Un exemple de résolution de problème en calcul des prédicats

On admet les prémisses suivantes:

- *les chevaux sont plus rapides que les chiens*
- *il existe un lévrier plus rapide que tout lapin*
- *les lévriers sont des chiens*
- *Harry est un cheval*
- *Ralph est un lapin*

Peut-on déduire:

- *Harry est plus rapide que Ralph ?*

Traduisons d'abord les phrases dans un langage prédicatif.

Ce langage L doit posséder les symboles suivants:

- variables individuelles: x, y, z
- constantes individuelles: `harry`, `ralph`
- prédicats unaires: **cheval**, **chien**, **lévrier**, **lapin**
- prédicats binaires: **plus_rapide**

Nous écrivons les traductions suivantes:

$(\forall x)(\forall y) ((\mathbf{cheval}(x) \wedge \mathbf{chien}(y)) \Rightarrow \mathbf{plus_rapide}(x, y))$

$(\exists y) (\mathbf{levrier}(y) \wedge ((\forall z) \mathbf{lapin}(z) \Rightarrow \mathbf{plus_rapide}(y, z)))$

$(\forall y) (\mathbf{levrier}(y) \Rightarrow \mathbf{chien}(y))$

$\mathbf{cheval}(\mathbf{harry})$

$\mathbf{lapin}(\mathbf{ralph})$

Nous ajoutons également un axiome (formule close) concernant le prédicat `plus_rapide`:

$(\forall x)(\forall y)(\forall z) \mathbf{plus_rapide}(x, y) \wedge \mathbf{plus_rapide}(y, z) \Rightarrow \mathbf{plus_rapide}(x, z)$

NB: cela signifie que les seules L-structures qui nous intéressent sont celles pour lesquelles cette formule est vraie, c'est-à-dire: les modèles de cette formule. En un sens, nous venons de définir une théorie de la rapidité, supposée consistante et nous nous restreignons aux modèles de cette théorie !