

# Logique

Cours de Licence de Sciences du Langage (L2)

Alain Lecomte – Professeur, Université Paris 8

---

## Exercices – 1

1- Les opérations booléennes ont comme exemples les opérations *d'union* ( $\cup$ ), *d'intersection* ( $\cap$ ) et de *complémentaire* ( $\bar{A}$  désignant le complémentaire de A) sur les ensembles. On admet qu'un ensemble est simplement une collection d'objets, par exemple : l'ensemble des moutons, l'ensemble des moutons blancs, l'ensemble des députés élus à l'Assemblée, l'ensemble des lecteurs du journal « 20 minutes », l'ensemble des amateurs de whisky, l'ensemble des marques de whisky, l'ensemble des nombres entiers, l'ensemble des nombres entiers compris entre 2 et 12 etc. etc.

Soit A l'ensemble des sportifs, B l'ensemble des gens ayant entre 18 et 25 ans, C, l'ensemble des hommes, D l'ensemble des gens habitant Paris, E l'ensemble des gens ayant moins de 18 ans. Représenter :

- l'ensemble des sportifs hommes
- l'ensemble des sportifs femmes
- l'ensemble des sportifs parisiens ayant entre 18 et 25 ans
- l'ensemble des femmes habitant Paris sauf celles qui ont entre 18 et 25 ans
- l'ensemble des hommes habitant Paris et des femmes ayant plus de 25 ans n'habitant pas Paris
- l'ensemble des gens qui n'habitent pas Paris, ne sont pas sportifs et ont plus de 25 ans ou moins de 18 ans.

2- Soit A l'ensemble des nombres entiers supérieurs ou égaux à 5, et B l'ensemble des nombres compris entre 2 (compris) et 7 (exclu). Déterminer :  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$ ,  $B - A$ ,  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $A \cap \bar{B}$ ,  $\overline{A \cap B}$ ,  $\overline{A \cup B}$ . Comparer  $\overline{A \cap B}$  et  $\bar{A} \cup \bar{B}$ .

3- Expliquer pourquoi, pour n'importe quels ensembles A et B, on a :

$$A - B = A - (A \cap B) \text{ et } A = (A \cap B) \cup (A - B)$$

4- Donner des exemples montrant qu'il est faux qu'on ait toujours :

$$(A - B) \cup B = A, (A \cup B) - B = A$$

5- les égalités suivantes sont-elles vraies :

$$A \cap (B - C) = (A \cap B) - C$$

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$$

$$A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$$

6- Démontrer que la relation définie par :  $A \leq B$  si et seulement si  $A \cap B = A$  est une relation d'ordre, c'est-à-dire qu'elle est réflexive, antisymétrique et transitive.

(une relation R est dite réflexive si pour tout x,  $xRx$ , antisymétrique si le fait que  $xRy$  et  $yRx$  implique nécessairement que  $x = y$  et transitive si le fait que  $xRy$  et  $yRz$  implique que  $xRz$ ).