

Sémantique

Cours de Licence de Sciences du Langage (L2)

Alain Lecomte – Professeur, Université Paris 8

Exercices n° 3 Langages prédicatifs et modèles

1- Analyser les formules suivantes (dire si ce sont des formules, donner arbres, occurrences libres, occurrences liées, identifier la portée de chaque quantificateur) :

- $(\forall x) ((\text{Dodec}(x) \vee \text{Devant}(x, y)) \Rightarrow ((\exists y) (\text{Cube}(y) \wedge \text{Derrière}(x, y)) \wedge \text{Entre}(u, y, x)))$
- $(\forall x) (\text{Dodec}(x) \vee \text{Devant}(x, y) \Rightarrow ((\exists y) (\text{Cube}(y) \wedge \text{Derrière}(x, y)) \wedge \text{Entre}(u, y, x)))$
- $(\forall x) (\text{Dodec}(x) \vee (\text{Devant}(x, y) \Rightarrow ((\exists y) (\text{Cube}(y) \wedge \text{Derrière}(x, y)) \wedge \text{Entre}(u, y, x))))$
- $(\exists x) (\exists y) (x \neq y \wedge (\forall w) (((w = x \vee w = y) \vee w = u) \Rightarrow (\forall z) \neg \text{Derrière}(z, w) \wedge \text{Devant}(x, u)))$
- $(\exists x) (\exists y) (x \neq y \wedge (\forall w) (((w = x \vee w = y) \vee w = u) \Rightarrow (\forall z) (\neg \text{Derrière}(z, w) \wedge \text{Devant}(x, u))))$

2- Traduire les phrases suivantes :

- Seuls les grands volumes n'ont rien devant eux*
- Si un cube a quelque chose devant lui alors il est petit*
- Si e est entre deux objets alors ils sont tous les deux petits*
- Tout dodécaèdre est au moins aussi grand que tout cube*
- Les seuls grands cubes sont b et c*
- Au plus b et c sont de grands cubes*
[attention : dans cette dernière phrase, b et c peuvent très bien ne pas être de grands cubes !]
- Tout cube en arrière d'un dodécaèdre est plus petit que lui*

3- quelles sont les différentes lectures des phrases suivantes :

- trois déménageurs ont soulevé trois pianos*
- mettre huit gouttes de médicaments dans trois cuillérées d'eau*

4- combien trouvez-vous de lectures différentes pour les phrases suivantes :

- chaque professeur a donné un livre à chaque étudiant*
- chaque professeur a donné un livre à un étudiant*
- un professeur a donné un livre à un étudiant*
- chaque professeur a donné chaque livre à chaque étudiant*

5- idem pour les phrases :

- je n'ai pas donné quelque chose à quelqu'un*
- Marie n'a rien raconté à quelqu'un*
- Marie n'a raconté quelque chose à personne*

6- idem pour les phrases :

- a. *Jean croit que quelqu'un le persécute*
- b. *Jean croit qu'un professeur a donné un livre à chaque étudiant*

7- Traduire en logique des prédicats les phrases :

- a. *Tout écrivain qui possède un chat écrit des romans*
- b. *Tout écrivain qui possède un chat aime passer du temps à le caresser*

8- Traduire en français usuel :

- a. $(\exists x) (\exists y) (\exists z) (\text{Cube}(x) \wedge (\text{Dodec}(y) \wedge \text{Tet}(z)))$
- b. $(\neg(\exists x) \text{Grand}(x))$
- c. $(\forall x) (\text{Dodec}(x) \Rightarrow (\exists y) (\text{Cube}(y) \wedge \text{Derrière}(x, y)))$
- d. $(\forall x) (\text{Tet}(x) \Rightarrow (\exists y) (\exists z) \text{Entre}(x, y, z))$
- e. $(\forall x) (\forall y) (\forall z) (\text{Entre}(x, y, z) \Rightarrow \text{Plus_Grand_que}(x, y))$
- f. $(\exists x) (\exists y) (x \neq y \wedge (\forall w) ((w = x \vee w = y) \Rightarrow (\forall z) \neg \text{Derrière}(z, w)))$
- g. $(\forall x) (\text{Cube}(x) \Leftrightarrow (\exists y) (\text{Tet}(y) \wedge \text{Derrière}(y, x)))$
- h. $(\forall x) (\forall y) (\text{Plus_Grand_que}(x, y) \Rightarrow (\exists z) \text{Entre}(x, y, z))$
- i. $(\neg(\forall x) (\forall y) (\text{A_Gauche_de}(x, y) \vee \text{A_Droite_de}(x, y)))$
- j. $(\exists x) (\exists y) (\neg(\text{Devant}(x, y) \vee \text{Derrière}(x, y)))$

9- Expliquer les différences entre :

- a. $(\exists x) (\text{Dodec}(x) \wedge \text{Grand}(x))$ et
- b. $(\exists x) (\text{Dodec}(x) \Rightarrow \text{Grand}(x))$

ainsi qu'entre :

- c. $(\forall x) (\text{Tet}(x) \wedge \text{Petit}(x))$ et
- d. $(\forall x) (\text{Tet}(x) \Rightarrow \text{Petit}(x))$