Cours de Logique pour linguistes

cours SDL 2013

Pr. Alain Lecomte

1 - Un passage par l'histoire

Les origines grecques de la logique

Le mot « Logique » provient de l'adjectif grec l*ogikos*, (*logikê* au féminin), dérivé de *logos*, qui signifie à la fois « raison », « langage » et « raisonnement ».

Est donc logique ce qui est rationnel, ce qui relève du langage ou ce qui est raisonné.

C'est en réalité Xénocrate (mort en 314 avant J-C), et non Aristote, qui a donné son nom à la logique. Aristote ne parlait que de dialectique et de syllogistique.

La logique n'est cependant pas une spécificité grecque. Au même moment à peu près, se développait aussi une tradition logicienne en Inde, qui s'est maintenue pendant très longtemps (Nyaya Sutras, vers le cinquième siècle avant J.C.). Un grand spécialiste de la logique indienne, le logicien et sanskritiste allemand Frits Staal disait ceci : *La logique est discipline universelle par excellence parce qu'elle explique (ou vise à expliquer) ce fait heureux que les humains sont toujours aptes à discuter entre eux*. On ne saurait mieux dire…

Les débuts : argumenter, plusieurs sortes d'inférences

Inférences naturelles

Débuts de la logique : parvenir à argumenter, codifier les règles qui font que lorsqu'on a dit une chose, on se trouve engagé dans les conséquences de cette chose. Il y a des inférences « naturelles », par exemple si je dis d'une chose qu'elle est rouge, j'infère immédiatement qu'elle n'est pas incolore, qu'elle n'est pas grise ou verte etc. de même si je dis de quelqu'un qu'en ce moment, il court vite, je dis qu'il court, je ne peux pas prétendre ensuite qu'il marche. Ce sont des inférences qui tiennent à *l'organisation de nos concepts*, le concept de couleur, le concept de mouvement etc. Si je dis que A a tué B, je ne peux pas dire ensuite que B est toujours vivant car « Tuer » signifie « faire être mort ». Quelqu'un qui ne ferait pas ce genre d'inférence tout simplement ne connaîtrait pas la langue où ces concepts sont exprimés.

Présuppositions

D'une façon plus subtile, dire de quelqu'un *qu'il a cessé de fumer* permet d'inférer qu'auparavant il fumait, dire *que l'on regrette de ne pas être allé à une soirée* permet d'inférer que l'on n'est pas allé à cette soirée. Dire que *l'on sait que Marie a trompé son mari* permet d'inférer que Marie a effectivement trompé son mari (ce que l'on n'aurait pas avec le verbe « croire ») etc. Ces inférences ci sont appelées *des présuppositions*, elles sont déclenchées par un indice linguistique (les verbes *cesser, regretter, savoir*…).

Inférences logiques

Il y a d'autres inférences, qui découlent de la manière dont des énoncés élémentaires sont combinés. Par exemple si je dis *qu'il fait doux et pluvieux*, j'infère deux conclusions, l'une *qu'il fait doux*, l'autre *qu'il fait pluvieux*. En revanche si je dis que compte tenu de la météo, aujourd'hui*, il pleut ou il neige*, je ne peux ni inférer qu'il pleut, ni inférer qu'il neige. C'est là la différence fondamentale entre « et » et « ou ». En revanche, si je sais qu'il pleut, je peux inférer (bien que ce ne soit pas très utile) « qu'il pleut ou il neige ». Si on me dit que *quelqu'un prend sa voiture pour aller au travail chaque fois qu'il pleut*, et si j'apprends qu'aujourd'hui, justement*, il pleut*, je peux inférer que donc aujourd'hui, il va prendre sa voiture pour aller au travail. En revanche, si j'apprends simplement qu'il a pris sa voiture pour aller au travail, je ne peux pas en déduire que nécessairement il pleut, car il peut très bien prendre sa voiture pour aller au travail dans bien d'autres cas. La phrase (1) ne se prononce que sur la situation où il pleut, pas sur les autres situations. Remarquer que par contre si je sais *qu'il ne prend pas sa voiture pour aller au travail*, alors je peux inférer à coup sûr *qu'il ne pleut pas* (car sinon etc.). Donc quand je dis « s'il pleut, je prends ma voiture » je peux utiliser cette phrase conjointement avec *deux* hypothèses, soit l'hypothèse « il pleut » (qui permet de déduire « je prends ma voiture ») soit l'hypothèse « je ne prends pas ma voiture » (qui permet de déduire « il ne pleut pas »). **Exercice** : le test de Wason. EP47. « Au dos de chaque voyelle figure un nombre pair ». Quelles cartes doit-on retourner pour vérifier que cette thèse est vraie ? bien sûr la carte voyelle. Mais aussi… la carte nombre impair ! Retourner la carte nombre pair n'apporterait rien car si au dos du 4, on trouvait une consonne, cela n'infirmerait pas la thèse (il se peut qu'au dos d'une consonne figure aussi un nombre pair !). La logique s'intéresse à ces situations, où des inférences peuvent être déclenchées à partir de ces petits mots du discours comme « et », « ou », « si… alors ». Mais aussi d'autres mots comme « tous », « quelques », « aucun ».

La syllogistique

Aristote (384 – 322 avant J.C.) est présenté comme le père de la logique formelle. Il est en tout cas l'inventeur de la notion de science. Pour lui :

- La science établit des propositions universelles
- Elle est causale
- Elle est démonstrative

Une démonstration est une sorte particulière de raisonnement qui établit quelque chose de vrai parce qu'il s'appuie sur des principes vrais et appropriés. Chez Aristote, cette forme de raisonnement est appelée *syllogisme.* L'exemple typique de syllogisme est le fameux :

- Tous les hommes sont **mortels**
- **Socrate** est un homme
- Donc Socrate est **mortel**

La troisième phrase (conclusion) découle des deux premières (prémisses). On remarque sur cet exemple la présence de termes ayant des positions distinctes. Par exemple, « homme « apparaît deux fois dans les prémisses, mais n'apparaît pas dans la conclusion. Il a ainsi permis de connecter deux idées figurant dans les prémisses. On l'appelle le moyen terme (ou « moyen »). Les autres termes sont appelés « majeur » et « mineur ». majeur : **mortel**, mineur : **Socrate.**

Les syllogismes s'ordonnent en quatre figures :

- *Tout **M** est P*
- *Quelque S est **M***
- *Donc quelque S est P*

Qu'on pourra symboliser selon : ([Det]**M** ε P) ; ([Det]S ε **M**) ; ([Det]S ε P), où [Det] est un nom de déterminant quelconque (Tout, quelque, aucun…) et où « ε » représente le verbe être, sera dit de 1ère figure, *le moyen y est sujet de la majeure, la mineure du moyen.*

([Det]P ε **M**) ; ([Det]S ε **M**) ; ([Det]S ε P) sera dit de 2ème figure. *La majeure y est sujet du moyen, la mineure aussi.*

([Det]**M** ε P) ; ([Det]**M** ε S) ; ([Det]S ε P) sera dit de 3ème figure. *Le moyen est sujet de la majeure et est sujet de la mineure.*

([Det]P ε **M**) ; ([Det]**M** ε S) ; ([Det]S ε P) est la 4ème figure, mais on voit tout de suite que si on permutait les deux prémisses, on retomberait sur la première figure, ce n'est donc pas la peine de s'embarrasser avec.

L'autre caractéristique à noter est celle qui a trait aux types de phrases utilisées dans les syllogismes. Il y en a quatre :

- **A** : universelle affirmative (tout X est M)
- **E** : universelle négative (aucun X n'est M)
- **I** : particulière affirmative (quelque X est M)
- **O** : particulière négative (quelque X n'est pas M)

Ceci permet de repérer les formes de syllogismes correctes parmi tous les arrangements possibles de ces types de phrases. Ce sont les logiciens médiévaux qui ont attribué des noms latins à ces formes pour que leurs jeunes élèves puissent les apprendre plus facilement.

- **1ère figure** : BARBARA, CELARENT, DARII, FERIO
- **2ème figure** : CESARE, CAMESTRES, FESTINO, BAROCO
- **3ème figure** : DARAPTI, FELAPTON, DISAMIS, DATISI, BOCARDO, FERISON
- **4ème figure** : BAMALIP, CALEMES, DIMATIS, FESAPO, FRESION

Exemples

- B
- **A** **Tout M est S (universelle affirmative)**
- R
- B
- **A** **Tout X est M (universelle affirmative)**
- R
- **A** **Tout X est S (universelle affirmative)**

- C
- **E** **Aucun M n'est S** **(universelle négative)**
- L
- **A** **Tout X est M** **(universelle affirmative)**
- R
- **E** **Aucun X n'est S(universelle négative)**
- N
- T

Mais la méthode utilisée par Aristote est rébarbative, elle entraîne des apprentissages par cœur etc. On préfère de nos jours travailler avec des schémas plus simples, empruntés à la théorie des ensembles. Ces schémas trouvent leur source dans les travaux de George Boole, un mathématicien du milieu du XIXème siècle, qui aura, le premier l'idée, d'appliquer au langage usuel des méthodes de calcul semblables à celles de l'arithmétique et de l'algèbre. En arithmétique, on définit des opérations sur les nombres : addition (et donc soustraction) et multiplication. Dans le langage, on combine de manière semblable des notions. Les notions peuvent être représentées par des classes d'objets. Par exemple la notion « mouton » par la classe des moutons (m), la notion « blanc » par la classe des objets blancs (b), d'où l'on peut déduire l'existence d'une notion « mouton blanc » représentée par la classe des moutons blancs, qu'on notera naturellement mb ou m.b, ou m x b. Soit r la notion brebis, on peut aussi parler de la notion « mouton ou brebis » et représenter cela par un autre opérateur, de sorte que cela soit m+r. Noter qu'on peut aussi avoir la notion « être jeune ou sans emploi » qui n'exclue pas qu'on puisse être les deux ! Donc le « ou » n'est pas forcément exclusif. On peut alors remarquer un grand nombre de régularités qui font que ces nouvelles définitions de + et x ont des propriétés qui ressemblent à celles des nombres. Etc.