Introduction à la sémantique formelle

Alain Lecomte
Master de Sciences du Langage, Paris 8 - ENS
Cours n°3

Outline

Syntaxe et sémantique

Nous avons dit, en présentation du cours n°1 qu'il y avait un parallèle entre

- syntaxe formelle
- sémantique formelle

Cela signifie entre autres que:

- la signification de l'énoncé est (évidemment) dépendante de sa construction syntaxique
  (bien sûr, *Pierre aime Marie*≠*Marie aime Pierre*!)
- plus : la construction de la signification suit les étapes de la construction de l'énoncé
- d'où: les opérations syntaxiques (règles) correspondent à des opérations sémantiques

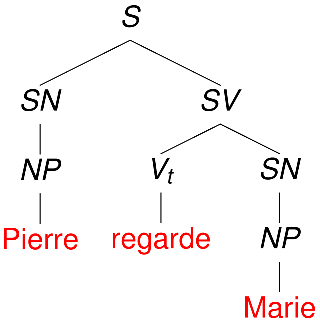
Une "grammaire" élémentaire

Commençons avec une grammaire élémentaire:

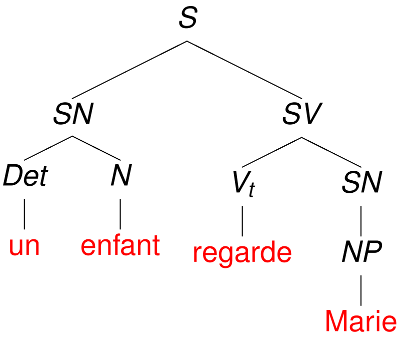
$$
\begin{array}{ll}
S \longrightarrow SN\ SV & S \longrightarrow S\ \textit{et}\ \ S \\
SN \longrightarrow NP & Det \longrightarrow \textit{un} \\
SN \longrightarrow Det\ N & N \longrightarrow \textit{enfant} \\
SV \longrightarrow V_i & N \longrightarrow \textit{livre} \\
SV \longrightarrow V_t\ SN & V_i \longrightarrow \textit{dort} \\
NP \longrightarrow \textit{Pierre} & V_t \longrightarrow \textit{regarde} \\
NP \longrightarrow \textit{Marie} & V_t \longrightarrow \textit{lit}
\end{array}
$$

Une grammaire - suite -

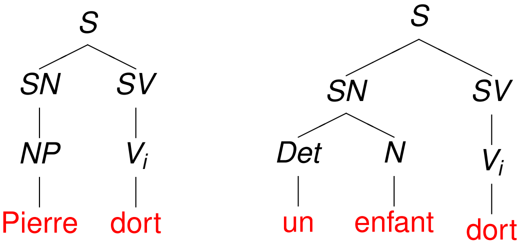
Cette grammaire permet d'obtenir les arbres suivants



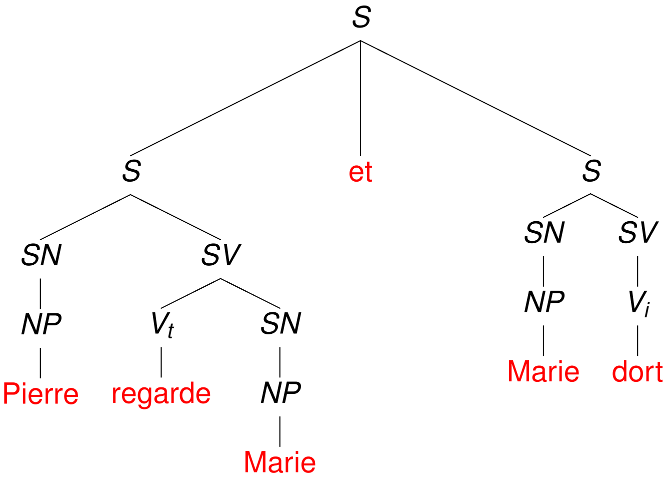
Une grammaire - suite -



Une grammaire



Une grammaire



Interprétation véríconditionnelle directe ou *via* formules?

- interprétation directe : obtenir directement une valeur de vérité (1 ou 0)
  - calcul de la dénotation directement sur l'arbre syntaxique
  - par rapport à un modèle
- via formules : obtenir d'abord une formule de logique, que l'on évaluera ensuite
  - calcul de la formule sur l'arbre syntaxique
  - un modèle peut être fourni *ensuite*

Interprétation vériconditionnelle

Se donner un modèle **M**

Exemple:

$D = \{a, b, c, d, e\}$

$[[Pierre]]^M = b$

$[[Marie]]^M = e$

$[[enfant]]^M = \{b, d, e\}$

$[[dort]]^M = \{a, e\}$

$[[regarde]]^M = \{(a, b), (a, e), (b, a), (b, d), (b, e), (c, a), (d, e), (e, b)\}$

Ensembles et indicatrices

Truc: au lieu d'ensembles, on peut se donner des indicatrices d'ensembles
Exemple:
Soit $E = \{a, d, e\}$
$\mathbf{1}_E$ est la fonction définie par:

$$\mathbf{1}_E(a) = 1$$
$$\mathbf{1}_E(b) = 0$$
$$\mathbf{1}_E(c) = 0$$
$$\mathbf{1}_E(d) = 1$$
$$\mathbf{1}_E(e) = 1$$

Curryfication

L'indicatrice d'une relation (ex: $[[\text{regarde}]]^M$) est une fonction à deux variables:

$$\begin{aligned}&\mathbf{1}_{regarde}(a, a) = 0\\&\mathbf{1}_{regarde}(a, b) = 1\\&\mathbf{1}_{regarde}(a, c) = 0\\&\mathbf{1}_{regarde}(a, d) = 0\\&\mathbf{1}_{regarde}(a, e) = 1\\&etc.\end{aligned}$$

On peut se ramener à des fonctions à une seule variable ici (cas de deux variables) de deux manières:

1. à tout x, on associe la fonction $\mathbf{1}(x, .)$ qui, à tout y associe $\mathbf{1}_{regarde}(x, y)$
2. à tout y, on associe la fonction $\mathbf{1}(., y)$ qui, à tout x associe $\mathbf{1}_{regarde}(x, y)$

Curryfication - exemple

$\mathbf{1}_1^c$:

$$a \longrightarrow \mathbf{1}(a, .) : \begin{array}{l} a \longrightarrow 0 \\ b \longrightarrow 1 \\ c \longrightarrow 0 \\ d \longrightarrow 0 \\ e \longrightarrow 1 \end{array}$$

$$b \longrightarrow \mathbf{1}(b, .) : \begin{array}{l} a \longrightarrow 1 \\ b \longrightarrow 0 \\ \ldots \\ d \longrightarrow 1 \end{array}$$

etc.

$\mathbf{1}_2^c$:

$$a \longrightarrow \mathbf{1}(., a) : \begin{array}{l} a \longrightarrow 0 \\ b \longrightarrow 1 \\ c \longrightarrow 1 \\ d \longrightarrow 0 \\ e \longrightarrow 0 \end{array}$$

$$b \longrightarrow \mathbf{1}(., b) : \begin{array}{l} a \longrightarrow 1 \\ b \longrightarrow 0 \\ \ldots \\ e \longrightarrow 1 \end{array}$$

etc.

$$\mathbf{1}_1^c(a)(c) = \mathbf{1}(a, c) = 0$$

Fonction associée à un verbe transitif

En supposant que, dans la partie "syntaxe":

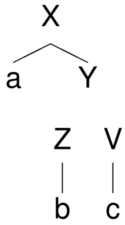
- le complément d'objet est fusionné avec le verbe en premier et
- dans un schéma $\phi(x, y)$ on donne à la première variable le statut de sujet et à la seconde le statut d'objet,

on choisira, pour un verbe transitif tel que regarde:

- $[[regarde]]^M = \mathbf{1}_{\mathbf{regarde}_2^c}$

Notation linéaire des arbres

L'arbre:



représenté par : $X(a, Y(Z(b), V(c)))$

Opérations sémantiques associées aux règles syntaxiques

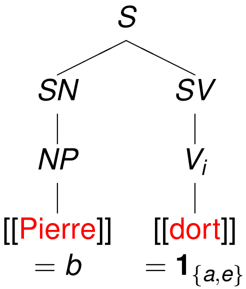
Avec ces conventions, nous admettrons:

1. pour une règle syntaxique unaire $X \longrightarrow Y$,
   $[[X(Y)]]^M = [[Y]]^M$
2. pour une règle syntaxique binaire $X \longrightarrow Y \;\; Z$,
   $[[X(Y, Z)]]^M = [[Y]]^M([[Z]]^M)$ si $[[Y]]^M$ est une fonction et $[[Z]]^M$ un argument "convenable" de cette fonction, ou bien $[[X(Y, Z)]]^M = [[Z]]^M([[Y]]^M)$ si $[[Z]]^M$ est une fonction et $[[Y]]^M$ un argument "convenable" de cette fonction

Remarques:

- nous verrons plus loin ce qu'il faut entendre par "convenable"
- ce modèle sera enrichi plus loin

Exemple



Exemple

$$S$$

$$SN \qquad SV$$

$$[[NP]] = b \qquad [[V_i]] = \mathbf{1}_{\{a,e\}}$$

$$[[\text{Pierre}]] = b \qquad [[\text{dort}]] = \mathbf{1}_{\{a,e\}}$$

Exemple

S

$[[SN]] = b$ — $[[SV]] = \mathbf{1}_{\{a,e\}}$

$[[NP]] = b$ — $[[V_i]] = \mathbf{1}_{\{a,e\}}$

$[[\text{Pierre}]] = b$ — $[[\text{dort}]] = \mathbf{1}_{\{a,e\}}$

Exemple

$$[[S]] = \mathbf{1}_{\{a,e\}}(b)$$

$$\begin{array}{cc} [[SN]] = b & [[SV]] = \mathbf{1}_{\{a,e\}} \\ | & | \\ [[NP]] = b & [[V_i]] = \mathbf{1}_{\{a,e\}} \\ | & | \\ [[\text{Pierre}]] = b & [[\text{dort}]] = \mathbf{1}_{\{a,e\}} \end{array}$$

Exemple

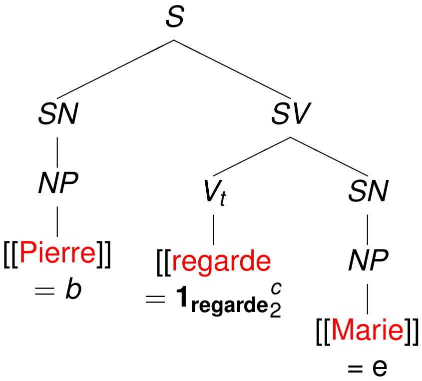
$$[[S]] = \mathbf{1}_{\{a,e\}}(b) = 0$$

$$[[SN]] = b \qquad [[SV]] = \mathbf{1}_{\{a,e\}}$$

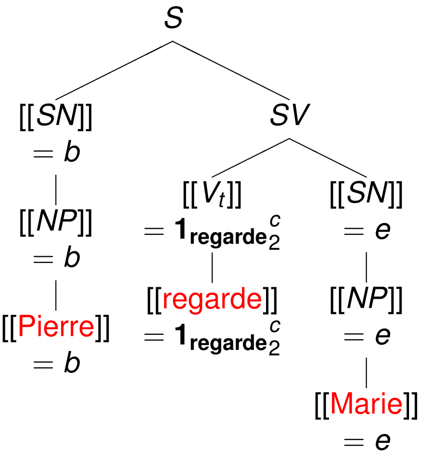
$$[[NP]] = b \qquad [[V_i]] = \mathbf{1}_{\{a,e\}}$$

$$[[\text{Pierre}]] = b \qquad [[\text{dort}]] = \mathbf{1}_{\{a,e\}}$$

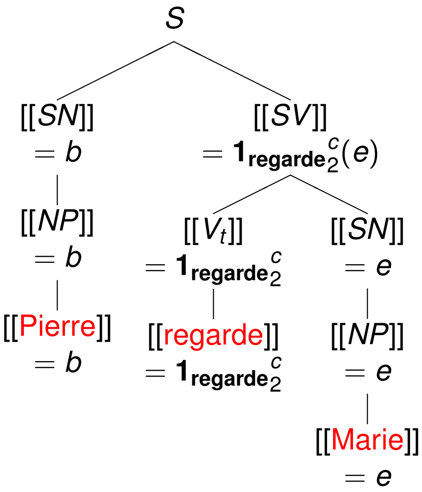
Autre exemple



Autre exemple



Autre exemple



Autre exemple

$$S$$

$$[[SN]] = b \qquad [[SV]] = \mathbf{1}_{\mathbf{regarde}_2^c(e)} = \mathbf{1}_{\{a,b,d\}}$$

$$[[NP]] = b \qquad [[V_t]] = \mathbf{1}_{\mathbf{regarde}_2^c} \qquad [[SN]] = e$$

$$[[\text{Pierre}]] = b \qquad [[\text{regarde}]] = \mathbf{1}_{\mathbf{regarde}_2^c} \qquad [[NP]] = e$$

$$[[\text{Marie}]] = e$$

Autre exemple

- $[[S]]$ $\mathbf{1}_{\{a,b,d\}}(b) = 1$
  - $[[SN]]$ $= b$
    - $[[NP]]$ $= b$
      - $[[\text{Pierre}]]$ $= b$
  - $[[SV]]$ $= \mathbf{1}_{\mathbf{regarde}_2^c}(e) = \mathbf{1}_{\{a,b,d\}}$
    - $[[V_t]]$ $= \mathbf{1}_{\mathbf{regarde}_2^c}$
      - $[[\text{regarde}]]$ $= \mathbf{1}_{\mathbf{regarde}_2^c}$
    - $[[SN]]$ $= e$
      - $[[NP]]$ $= e$
        - $[[\text{Marie}]]$ $= e$

Exercice

- enrichir cette grammaire au moyen d'une opération sémantique associée à la règle de coordination par et
- calculer sur l'arbre syntaxe la valeur de vérité de la phrase Pierre regarde Marie et Marie dort

notation des fonctions

- $\mathbf{1}_{\mathbf{regarde}}{}_1^c = \lambda x.\lambda y.\mathbf{1}_{\mathbf{regarde}}(x, y)$
- $\mathbf{1}_{\mathbf{regarde}}{}_2^c = \lambda y.\lambda x.\mathbf{1}_{\mathbf{regarde}}(x, y)$

Nous entrerons dans les détails de ce "λ-calcul" plus loin
Noter d'ores et déjà que:

- $[\lambda x.\lambda y.f(x, y)](a) = \lambda y.f(a, y)$
- $[\lambda x.\lambda y.f(x, y)](a)(b) = [\lambda y.f(a, y)](b) = f(a, b)$
- $[\lambda y.\lambda x.f(x, y)](a) = \lambda x.f(x, a)$
- $[\lambda y.\lambda x.f(x, y)](a)(b) = [\lambda x.f(x, a)](b) = f(b, a)$

Lectures reliées à cette approche

- Heim & Kratzer, *Semantics in Generative Grammar*, lire chap. 1 et 2
- Chierchia & McConnell-Ginet, *Meaning and Grammar, An Introduction to Semantics*, lire chap 2