

Cours du 1/10/07 (4 étudiants !)

1- Rappels de sémantique 2

1.1 Sémantique et conditions de vérité

Idée : identifier le sens des phrases avec leurs conditions de vérité. Comprendre la phrase « il y a de la bière dans le frigo » c'est savoir comment doit être le monde pour qu'elle soit vraie. On ne peut pas comprendre la phrase « les idées vertes dorment furieusement » parce que l'ensemble des conditions de vérité d'une telle phrase est vide : on ne peut pas imaginer de situation où elle serait « vraie ».

Mais la métaphore ? Exemple de métaphore : (1) « Paul est un ours ». Littéralement, c'est faux. Et c'est justement parce que nous sommes capables d'identifier la valeur de vérité à « Faux » que nous pouvons entrer dans le processus de compréhension de la métaphore. On utilise ici les « maximes de Grice ». Elles disent notamment que l'on est censé s'exprimer en donnant juste le contenu informatif nécessaire (*soyez pertinent !* ni trop informatif, ni pas assez), on est censé communiquer également en *disant toujours la vérité*. Un locuteur qui énonce (1) dit quelque chose qui est *manifestement faux*. Donc celui qui reçoit cet énoncé, constatant que la maxime de vérité est violée de manière tellement flagrante, va se demander ce que le locuteur veut dire, autrement dit rechercher l'idée la plus proche possible de l'énoncé produit qui pourrait être vraie. Ici, manifestement, c'est qu'il existe certaines propriétés communes à Pierre et à un ours (n'être pas aimable etc.). Donc même dans la métaphore, on s'intéresse à l'aspect « vrai/faux » des phrases.

1.2 La théorie de la vérité de Tarski

Noter aussi que cela revient à simplement écrire :

« il y a de la bière dans le frigo » est vrai **si et seulement si** il y a de la bière dans le frigo

Cela apparaît comme redondant et peu intéressant. Pourtant cela sert à apporter une notion de vérité dans les langages formalisés (cf. A. Tarski, 1933). Si on a un langage L et un métalangage M, on peut définir la vérité dans L grâce à M. On dira de façon générale que :

« p » est vrai **si et seulement si** p

où « p » est une proposition de L et p une proposition de M. C'est le schéma T de Tarski.

1.3 Le cas de phrases non déclaratives

Que dire des phrases qui ne sont pas déclaratives ?

Par exemple il y a des *questions*. Quelle est la signification de « quelle est la capitale de la Birmanie ? ». Cela ne peut pas être « l'ensemble des conditions de vérité », parce qu'une question n'est ni vraie ni fautive. En revanche, une question peut avoir (ou ne pas avoir) une réponse. On dira que p satisfait la question « Q ? » si p est admissible comme réponse à « Q ? ». Le sens d'une question est alors *l'ensemble de ses conditions de satisfiabilité*. Le sens de « Q ? » ici est l'ensemble des propositions p qui sont vraies et qui sont des réponses possibles à « Q ? ». Noter que si, à la place de « quelle est la capitale de la Birmanie ? » on avait eu « quelle est la capitale de l'Asie ? », alors l'ensemble des conditions de satisfiabilité aurait été vide : c'est une question qui n'a pas de réponse tout simplement parce qu'un continent n'a pas de capitale, à la différence d'un pays.

De même pour un ordre, la signification d'un ordre (« ouvrez la fenêtre ! ») est l'ensemble des actions qui le satisfont. Certains ordres (« ouvrez le printemps ») ont un ensemble de conditions de satisfaction vide.

1.4 Extension et intension

Cette conception est aussi appelée « dénotationnelle » (ou « extensionnaliste »). La dénotation d'une expression est l'ensemble des objets qui lui correspondent dans le monde réel, ce à quoi elle réfère. Par la démarche que nous suivons, nous sommes capables d'associer un tel ensemble à des phrases, à des questions ou à des ordres. Plus tard, nous opposerons *extension* à *intension*.

1.5 Inférences sémantiques

Un intérêt de cette démarche est de permettre de définir une notion **d'inférence**, par exemple nous sommes capables de dire en quel sens très précis, la proposition *Nina est jeune et belle* implique la proposition *Nina est jeune*. D'une façon générale (cf. cours de sémantique 2), « A implique (sémantiquement) B » si et seulement si il n'existe aucune situation où A est vrai sans que B le soit.

1.6 Ambiguïtés

Un autre avantage est de définir de manière précise la notion de pluralité de lectures d'une phrase (donc son *ambiguïté*). Par exemple *tout étudiant doit passer devant un jury* manifeste une ambiguïté **de portée**. Cela s'illustre par le fait qu'il est possible de donner deux types de situations non équivalentes où cette phrase est vraie : la situation où (1) il y a un jury tel que tout étudiant doit passer devant lui et celle où (2) il y a plusieurs jury et pour chaque étudiant il y a au moins un jury devant lequel il doit passer. La situation (1) est un cas particulier de la situation (2), mais la réciproque n'est pas vraie, donc ces deux situations ne sont pas équivalentes.

2 La compositionnalité

Enfin cette conception nous permet aussi de donner une base à la **conception compositionnelle du langage**. Il s'agit du *principe de compositionnalité* (Frege, puis Montague), selon lequel *la signification d'une phrase est fonction de la signification de ses constituants et de la manière dont ils sont combinés*.

2.1 Créativité de la langue et récursivité

Ce principe de compositionnalité doit être mis en parallèle avec le principe de « créativité de la langue » mis en avant par Noam Chomsky. En syntaxe, on se pose la question : comment rendre compte du fait qu'on soit toujours capable de comprendre et de produire de nouvelles phrases, qui n'ont jamais été entendues ou produites par soi auparavant ? ceci est la source de la grammaire générative. Chomsky l'a résolue dès les années cinquante-soixante au moyen du concept de grammaire. Une grammaire est un dispositif fini qui permet d'engendrer un nombre potentiellement infini de phrases. Cette infinitude vient du caractère « récursif » de la grammaire. Dire qu'une grammaire possède cette propriété c'est dire qu'il est toujours possible d'appliquer une règle à partir du résultat d'une autre règle ou d'un enchaînement de règles. Par exemple, considérons l'ensemble de règles (dites « hors contexte ») suivant :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow SN SV \\ SN &\rightarrow \text{Det } N \mid \text{Det } N \text{ qui } SV \\ SV &\rightarrow V \mid V SN \\ \text{Det} &\rightarrow \mathbf{le} \end{aligned}$$

N → **chat**
V → **poursuit | miaule**

Ces règles permettent d'engendrer des phrases aussi longues qu'on le souhaite, par exemple : **le chat miaule**, mais aussi **le chat poursuit le chat**, ou bien **le chat qui poursuit le chat miaule**, ou bien **le chat qui poursuit le chat qui poursuit le chat miaule** ou bien **le chat qui poursuit le chat qui poursuit le chat qui poursuit** (autant de fois qu'on veut : **le chat qui poursuit**) **le chat miaule**. [\[dire pourquoi !\]](#)

En sémantique, on a le même genre de problème : au lieu d'avoir en mémoire un stock de situations associées à toutes les phrases possibles, ce qui est impossible, nous avons un mécanisme qui nous permet de comprendre toutes les phrases qui ont bien une signification. Ce mécanisme repose sur deux possibilités :

- d'abord, on peut décomposer les phrases en constituants et reconstruire leur signification à partir des significations des constituants : c'est le principe de compositionnalité dont nous venons de parler,
- ensuite nous avons un mécanisme fini (un algorithme) qui nous dit comment construire le sens d'une expression à partir du sens des expressions qui la composent, d'une manière systématique (invariable) : c'est l'aspect récursif du problème.

2.2 Expressions saturées et non saturées

A la base de la compositionnalité, nous avons donc le fait *d'associer à tout constituant une représentation sémantique*. Partons d'un exemple simple :

(1) *Pierre dort*

Cette phrase possède d'après la première partie de ce cours, certaines conditions de vérité que nous avons résumées en disant : « Pierre dort » est vrai si et seulement si Pierre dort. Autrement dit, « Pierre dort » possède comme signification une valeur de vérité (elle est vraie ou elle est fausse), autrement dit soit le monde présent est tel que Pierre dort soit il n'est pas tel qu'il dorme. Regardons maintenant ses constituants :

- « Pierre » est un nom propre. Un nom propre réfère à un individu dans le monde, donc nous disons que « Pierre » possède comme signification un individu (ou un « objet ») particulier du monde. Notons **pierre** cet individu du monde (attention à bien faire la différence entre « Pierre » et **pierre**, entre le nom et la chose !).

Les expressions qui désignent (on dit aussi « dénotent ») une valeur de vérité ou bien un objet du monde sont dites « saturées » : il ne leur manque rien pour dénoter quelque chose. Considérons maintenant le cas de « dort » :

- « dort » est un verbe intransitif, il dénote une propriété. « Dort » en soi n'est ni vrai ni faux (ça n'aurait aucun sens de le prétendre), ça ne dénote pas non plus un objet du monde. En revanche, si on complète « dort » par un nom propre (ou par une désignation quelconque d'objet), on obtiendra une proposition, c'est-à-dire quelque chose qui dénote une valeur de vérité. Pour acquérir une dénotation, « dort » a donc besoin *d'être complété*. Nous dirons qu'il s'agit d'une expression « non saturée ».

Nous écrirons provisoirement « **_ dort** » l'expression non saturée associée à « dort ». On peut dire maintenant que la dénotation de « Pierre dort » est le résultat de la combinaison de deux expressions :

- l'expression saturée **pierre**,
- l'expression non saturée **_ dort**.

En même temps, nous savons que la dénotation de « Pierre dort » est une valeur de vérité, soit : 0 ou 1. On voit donc ici que ce que dénote l'expression non saturée **_ dort**, c'est *une*

fonction (au sens mathématique du terme), une fonction qui, à tout individu (élément d'un ensemble D que nous définirons comme notre domaine d'interprétation) associe 0 ou 1.

$$_ \text{dort} : D \rightarrow \{0, 1\}$$

Quel est alors le mode de combinaison de l'expression saturée **pierre** et de l'expression non saturée **_ dort** ? *Réponse* : c'est simplement **l'application d'une fonction** à un élément de son domaine de définition.

Résumé : dans de nombreux cas, la combinaison de deux constituants au sein d'une phrase se réalise au moyen de **l'application d'une fonction** associée à l'un d'eux à un **objet individuel** associé à l'autre

On voit au passage que dans ce mécanisme, l'expression non saturée devient saturée. On parle de sa « saturation ».

Essayons maintenant des cas plus complexes : que se passe-t-il avec *Pierre aime Marie* ou bien, plus difficile encore, avec *Pierre aime passionnément Marie* ? Dans ces phrases, nous avons :

- des expressions saturées : **pierre, marie**
- des expressions non saturées : **aime, aime passionnément, passionnément**

aime et **aime passionnément** sont doublement insaturées : il leur manque *deux* objets pour faire une proposition ayant une valeur de vérité. On peut écrire les expressions qu'elles dénotent comme : **_ aime _** et **_ aime passionnément _**. La signification de *Pierre aime Marie* viendra de la saturation de l'expression non saturée **_ aime _** par les expressions saturées **pierre** et **marie**. Oui, mais dans quel ordre ? Nous savons bien que *Pierre aime Marie* et *Marie aime Pierre* n'ont pas nécessairement la même valeur de vérité ! Or, nous n'avons pour l'instant aucun mécanisme nous permettant de saturer les places du verbe dans un ordre précis. C'est ce point qui sera traité dans la prochaine leçon. (Nous utiliserons le *lambda-calcul* pour cela, un calcul inventé par le logicien Church dans les années trente).

Autre remarque : nous pouvons traiter **passionnément** à part et considérer que la phrase *Pierre aime passionnément Marie* est équivalente à la phrase *Pierre aime Marie passionnément*. En ce cas, nous voyons que *passionnément* dénote une expression non saturée **_ passionnément**, comme c'était le cas de *dort*. Mais quand même avec une grande différence : on ne peut avoir ni **Pierre passionnément*, ni **Pierre aime Marie dort* !

Autrement dit, le trou qui apparaît dans les expressions non saturées n'est pas susceptible d'être rempli par n'importe quoi ! dans le cas de **_ dort**, seul un objet individuel peut le remplir (pas une proposition) alors que dans le cas de **_ passionnément**, c'est le contraire : on peut avoir une proposition mais pas un objet individuel. Les expressions non saturées seront donc non seulement *des fonctions*, mais des fonctions *typées* (leurs arguments seront marqués pour être de certains types particuliers, pas n'importe lesquels).

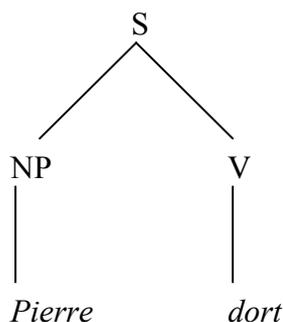
3 Un langage intermédiaire

3.1 Traduction et évaluation

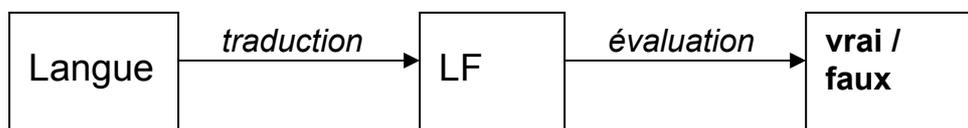
Evaluer la signification d'une phrase, c'est-à-dire savoir si elle est vraie ou fausse dans une situation donnée pourrait se faire en partant directement des phrases et de leur analyse (syntaxique) et en définissant des règles précises pour passer de ces analyses aux significations. Par exemple, nous pourrions faire comme suit :

Admettons que Pierre dénote une entité **pierre** et que dort dénote une fonction notée **_dort** de D dans $\{0, 1\}$ qui associe 1 à tout individu qui dort dans la situation présente et 0 à tout individu qui ne dort pas.

Admettons que la règle syntaxique par laquelle le nom propre *Pierre* se combine avec le verbe intransitif *dort* pour donner une phrase s'interprète sémantiquement comme l'application de la fonction associée au verbe à l'entité associée au nom propre, alors nous obtenons une interprétation directe du petit arbre d'analyse :



sous la forme : ***pierre dort*** prend la valeur de vérité 1 si et seulement si « Pierre dort » est vrai. Pour diverses raisons, on préfère toutefois passer par une étape intermédiaire consistant dans la traduction des phrases en langue naturelle en formules d'un langage formel. Ce seront ensuite ces formules qui seront évaluées par rapport à une situation donnée. Ceci permettra notamment de considérer la formule comme étant la signification de la phrase. Le langage formel sera aussi plus facile à utiliser pour caractériser certains phénomènes (par exemple pour caractériser les ambiguïtés). D'où le schéma :



Le langage formel utilisé dans un premier temps sera la **logique des prédicats du premier ordre**, puis nous l'étendrons de manière à pouvoir représenter des phénomènes qui ne peuvent pas se représenter en logique du premier ordre (par exemple les ambiguïtés de *re / de dicto*, les questions de modalités, de temporalité, quantificateurs généralisés etc.)

3.2 Introduction aux langages prédicatifs

Du point de vue de la logique des prédicats, on note *dort(-)* ce que nous avons noté **_dort** jusqu'à présent, *ai aime(-, -)* ce que nous avons noté **_aime_**, rendant ainsi plus explicite le caractère fonctionnel d'un prédicat (de la même manière qu'en mathématiques, on note *sin(-)* la fonction sinus par exemple). Les places vides (ici marquées par des tirets) sont appelées places d'argument du prédicat. Si *pierre* est un individu, alors l'application du prédicat à cet individu donne l'expression saturée *dort(pierre)*. Ainsi un langage prédicatif est-il défini par la donnée :

- d'un certain nombre de constantes (servant à désigner des individus), par exemple : **a, b, c, d, ... pierre, marie, paul, ...**
- d'un certain nombre de variables, dont nous verrons le rôle plus loin (*x, y, z, ...*)
- les constantes et les variables constituent les *termes*

- d'un certain nombre de symboles de prédicat, ces symboles étant assortis d'un nombre entier qui indique le nombre de places d'argument qu'ils possèdent (c'est ce qu'on appelle leur arité) (exemples : **dort** d'arité 1, **aime** d'arité 2 etc.)
- une formule atomique s'obtient de la manière suivante : si A est un symbole de prédicat d'arité n et si t_1, t_2, \dots, t_n sont n termes, alors $A(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est une formule atomique. Par exemple sont des formules atomiques :
 - o **dort(pierre)**
 - o **dort(y)**
 - o **aime(pierre, marie)**
 - o **aime(x, pierre)**
 - o **aime(x, y)**
- les formules sont définies de manière récursive en disant :
 - o toute formule atomique est une formule
 - o si φ est une formule, alors $(\neg\varphi)$ est une formule
 - o si φ et ψ sont des formules, $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \Rightarrow \psi)$, $(\varphi \Leftrightarrow \psi)$ sont des formules
 - o si φ est une formule et ξ est une variable, alors $(\forall\xi)\varphi$ et $(\exists\xi)\varphi$ sont des formules.

On remarque que si **dort(pierre)** correspond bien à une proposition soit vraie soit fausse (une valeur de vérité, autrement dit une expression saturée), en revanche **dort(y)** a une valeur de vérité qui varie en fonction de la valeur donnée à y . On notera aussi que $(\exists y) \text{dort}(y)$ est aussi une expression qui correspond à une proposition.

$(\exists y) \text{dort}(y)$ se traduira par « quelqu'un dort », une phrase dont on peut toujours dire dans une situation donnée si elle est vraie ou si elle est fausse. Mais **dort(y)** n'a pas une telle traduction. Sa traduction la plus proche serait « il dort », phrase dont la valeur de vérité dépend de la référence du pronom « il ».

3.3 Pronoms et variables

Nous pouvons donc assimiler *les variables libres* (celles qui n'apparaissent pas dans le champ d'un quantificateur) à des *pronoms référentiels*, c'est-à-dire à des pronoms utilisés pour faire une référence directe à un objet présent dans l'environnement partagé.

Noter qu'il y a d'autres usages des pronoms, en particulier les cas où un pronom est utilisé comme devant être *coréférentiel* à une expression apparaissant ailleurs dans la phrase, par exemple dans *Pierre aime sa mère*, où *sa mère* désigne la mère de Pierre : *sa* est un pronom coréférentiel. Il s'agit aussi d'un usage référentiel d'un pronom, mais la référence du pronom est acquise de manière indirecte par un mécanisme dit « de liage » (sa référence est liée à celle d'un nom figurant dans la phrase).

Mais il est des usages non référentiels des pronoms. Dans *tout homme se rase lui-même*, *se* est également un pronom mais il n'est pas référentiel car s'il l'était, il référerait à « tout homme », *qui n'est pas un objet défini de notre environnement*. La référence de *se* change avec l'individu qui est pris comme « témoin » de « tout homme ». On pourra comparer avec la formule :

$$(\forall x)(\text{homme}(x) \Rightarrow \text{rase}(x, x))$$

« se » se traduit ici par la variable x qui est liée par le quantificateur $(\forall x)$.

Nous reviendrons plus en détails plus loin sur la question des pronoms, qui est évidemment très importante en sémantique.