

Sémantique - L3

Partiel 2013

Dans les exercices suivants, on considère un domaine constitué d'enfants, qui ont pour noms : *Maria, Sacha, Shanti, Balbino, Paul*. Les prédicats utilisés sont :

m : *marcher* l : *lire un roman* c : *se cultiver*
 ap : *apprécier* jl : *jouer au Lego* $javec$: *jouer avec*

1. Traduire dans le langage de la logique des prédicats les phrases suivantes :

- *Sacha marche et lit un roman*
 $m(Sacha) \wedge l(Sacha)$
- *Il y a un enfant qui lit un roman*
 $(\exists x)l(x)$
- *Tout enfant qui lit un roman se cultive*
 $(\forall x)(l(x) \Rightarrow c(x))$
- *Il y a un enfant qui joue avec un autre enfant*
 $(\exists x)(\exists y)((x \neq y) \wedge javec(x, y))$
- *Il y a au moins deux enfants qui s'apprécient mutuellement*
 $(\exists x)(\exists y)((x \neq y) \wedge ap(x, y) \wedge ap(y, x))$
- *Exactement un enfant joue au Lego*
 $(\exists x)((j(x) \wedge (\forall y)(j(y) \Rightarrow (x = y))))$
- *Seuls Sacha et Balbino jouent au Lego*
 $(\forall x)(j(x) \Rightarrow ((x = Sacha) \vee (x = Balbino)))$

NB : étant donné qu'il est spécifié dans l'énoncé que le domaine est constitué d'enfants, il n'est pas utile d'utiliser un prédicat enfant : qu'il s'agisse d'enfants va de soi.

2. On se donne le cadre d'interprétation suivant.

$D = \{maria, sacha, shanti, balbino, paul\}$ avec :

$I(Maria) = maria, I(Sacha) = sach$ etc.

$I(jl) = \{sacha, balbino\}, I(c) = \{maria, paul\}, I(l) = \{shanti\}$

$I(javec) = \{(shanti, balbino), (balbino, shanti), (sacha, maria), (maria, sach)\}$

$I(ap) = \{(balbino, shanti), (balbino, maria), (maria, paul), (paul, maria)\}$

Evaluer par rapport à ce cadre $M = (D, I)$ les formules représentant les phrases :

- *Si Shanti joue avec Balbino, alors il y a un enfant qui se cultive*
 $(shanti, balbino) \in I(javec)$ donc $javec(Shanti, Balbino) = 1$, il faut donc vérifier si $(\exists x)c(x)$ est vraie. Cette formule est vraie si et seulement si il existe une assignation de valeur à x telle que $c(x)$ soit vraie pour cette valeur, or $I(c) = \{maria, paul\}$, donc il suffit de donner à x par exemple la valeur *paul*, donc la formule est VRAIE.
- *Exactement un enfant joue au Lego*
Il suffit de regarder si $I(j)$ contient un et un seul élément, ce qui n'est pas le cas. Donc la formule est FAUSSE.

– *Seuls Sacha et Balbino jouent au Lego*

la formule est : $(\forall x)(j(x) \Rightarrow ((x = \text{Sacha}) \vee (x = \text{Balbino})))$. Pour voir si elle est vraie, il suffit de regarder les valeurs possibles de x pour lesquelles $j(x)$ est vraie, donc les valeurs $x = \text{sacha}$ et $x = \text{balbino}$. Dans les deux cas, on a : $(x = \text{Sacha}) \vee (x = \text{Balbino})$ qui est vraie. Donc la formule est VRAIE.

3. Soit g le prédicat *garçon*, soit les formules :

– $(\forall x)(g(x) \Rightarrow jl(x))$

– $(\forall x)(g(x) \wedge jl(x))$

Trouver un cadre d'interprétation qui rend vraie l'une mais pas l'autre.

Si on prend le cadre précédent, avec $I(g) = \{\text{paul}, \text{sacha}, \text{balbino}\}$ et $I(jl) = \{\text{paul}, \text{shanti}, \text{sacha}, \text{balbino}\}$, la première formule est VRAIE, mais la deuxième est FAUSSE (il est faux que tous les enfants soient des garçons qui jouent au lego, puisque Shanti est une fille qui joue au lego et que Maria ne joue à rien du tout!).

Même question avec les deux formules :

– $(\forall x)(g(x) \Rightarrow jl(x))$

– $(\exists x)(g(x) \Rightarrow jl(x))$

Si on prend un cadre d'interprétation pour lequel $I(jl) = \{\text{shanti}, \text{maria}\}$ et $I(g) = \{\text{sacha}, \text{paul}, \text{balbino}\}$, la première formule est fausse car aucun garçon ne joue au Lego, mais la deuxième est vraie car n'importe quelle valeur de x ne rendant pas vraie $g(x)$ rend vraie la formule $(g(x) \Rightarrow jl(x))$.

4. Quels sont les types sémantiques des expressions suivantes dans des phrases comme :

– *Maria joue-au-Lego*

– *Maria joue-au-Lego avec Shanti*

Expressions : *joue-au-Lego*, *joue-au-Lego avec*, *avec*

joue-au-lego : $e \rightarrow t$

joue-au-Lego-avec : $e \rightarrow (e \rightarrow t)$

avec : $(e \rightarrow t) \rightarrow (e \rightarrow (e \rightarrow t))$