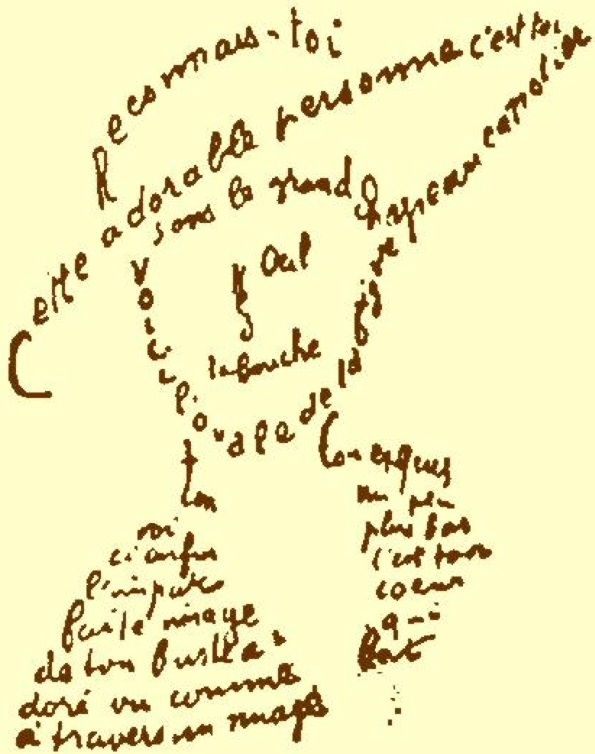
Reconnais-toi
Cette adorable personne c'est toi
sous le grand chapeau canotier
Oeil
la bouche
voici l'ovale de ta figure
ton cou exquis
voici enfin l'imparfaite image de ton buste adoré vu comme à travers un nuage
un peu plus bas c'est ton coeur qui bat

Introduction aux

Continuations

Philippe de Groote
LORIA & Inria-Lorraine

Dualité terme/contexte

Dualité terme/contexte

Soit t un terme (de type α) et $\mathcal{C}[\ ]$ un contexte (de type β et dont le "trou" est de type α).

Dualité terme/contexte

Soit t un terme (de type α) et $\mathcal{C}[\ ]$ un contexte (de type β et dont le "trou" est de type α).

– En λ-calcul, un contexte (sans capture de variable) peut-être représenté sous la forme d'un terme de type $\alpha \rightarrow \beta$:

$$\lambda x.\mathcal{C}[x]$$

Dualité terme/contexte

Soit t un terme (de type α) et $\mathcal{C}[\ ]$ un contexte (de type β et dont le “trou” est de type α).

– En λ-calcul, un contexte (sans capture de variable) peut-être représenté sous la forme d'un terme de type $\alpha \rightarrow \beta$:

$$\lambda x.\, \mathcal{C}[x]$$

– L'interprétation directe consiste donc à considérer les contextes comme des fonctions (de type $\alpha \rightarrow \beta$) et les termes comme des valeurs (de type α) :

$$(\lambda x.\, \mathcal{C}[x])\, t =_{\beta} \mathcal{C}[t]$$

Dualité terme/contexte

Soit t un terme (de type α) et $\mathcal{C}[\ ]$ un contexte (de type β et dont le “trou” est de type α).

- En λ-calcul, un contexte (sans capture de variable) peut-être représenté sous la forme d’un terme de type $\alpha \rightarrow \beta$:

$$\lambda x.\, \mathcal{C}[x]$$

- L’interprétation directe consiste donc à considérer les contextes comme des fonctions (de type $\alpha \rightarrow \beta$) et les termes comme des valeurs (de type α) :

$$(\lambda x.\, \mathcal{C}[x])\, t =_{\beta} \mathcal{C}[t]$$

- Une interprétation duale permet considérer les termes comme des fonctions (de type $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \beta$) et les contextes comme des valeurs (de type $\alpha \rightarrow \beta$) :

$$(\lambda k.\, k\, t)\, (\lambda x.\, \mathcal{C}[x]) =_{\beta} \mathcal{C}[t]$$

Compositionnalité

Compositionnalité

La seconde intepprétation permet de donner aux termes une sémantique dépendant de leur contexte (d'interprétation ou d'évaluation). Ceci permet de résoudre des problèmes de non-compositiannalité apparente.

Compositionnalité

La seconde intepprétation permet de donner aux termes une sémantique dépendant de leur contexte (d'interprétation ou d'évaluation). Ceci permet de résoudre des problèmes de non-compositiannalité apparente.

$$[\![\text{ Pierre pense que quelqu'un a lu son courrier }]\!]$$

Compositionnalité

La seconde intepprétation permet de donner aux termes une sémantique dépendant de leur contexte (d'interprétation ou d'évaluation). Ceci permet de résoudre des problèmes de non-compositiannalité apparente.

$$[\![\text{ Pierre pense que quelqu'un a lu son courrier }]\!]$$
$$=$$
$$[\![\text{ quelqu'un }]\!] \quad [\![\lambda x.(\text{Pierre pense que } x \text{ a lu son courrier})]\!]$$

Compositionnalité

La seconde intepprétation permet de donner aux termes une sémantique dépendant de leur contexte (d'interprétation ou d'évaluation). Ceci permet de résoudre des problèmes de non-compositiannalité apparente.

$$[\![\ \text{Pierre pense que quelqu'un a lu son courrier}\ ]\!]$$
$$=$$
$$[\![\ \text{quelqu'un}\ ]\!] \quad [\![\ \lambda x.(\text{Pierre pense que } x \text{ a lu son courrier})\ ]\!]$$

$\star\star\star$

Compositionnalité

La seconde intepprétation permet de donner aux termes une sémantique dépendant de leur contexte (d'interprétation ou d'évaluation). Ceci permet de résoudre des problèmes de non-compositiannalité apparente.

$$\llbracket \text{ Pierre pense que quelqu'un a lu son courrier } \rrbracket$$
$$=$$
$$\llbracket \text{ quelqu'un } \rrbracket \quad \llbracket\ \lambda x.(\text{Pierre pense que } x \text{ a lu son courrier})\ \rrbracket$$

$\star\star\star$

$$\mathcal{C}[\mathbf{exit}(n)] \rightarrow n$$

Compositionnalité

La seconde intepprétation permet de donner aux termes une sémantique dépendant de leur contexte (d'interprétation ou d'évaluation). Ceci permet de résoudre des problèmes de non-compositiannalité apparente.

$$[\![\text{ Pierre pense que quelqu'un a lu son courrier }]\!]$$
$$=$$
$$[\![\text{ quelqu'un }]\!] \quad [\![\; \lambda x. (\text{Pierre pense que } x \text{ a lu son courrier}) \;]\!]$$

$\star \star \star$

$$\mathcal{C}[\mathbf{exit}(n)] \rightarrow n$$

$$[\![\mathbf{exit}(n)]\!] \, [\![(\lambda x. \mathcal{C}[x])]\!] \rightarrow [\![n]\!]$$

Compositionnalité

La seconde intepprétation permet de donner aux termes une sémantique dépendant de leur contexte (d'interprétation ou d'évaluation). Ceci permet de résoudre des problèmes de non-compositiannalité apparente.

$$[\![\text{ Pierre pense que quelqu'un a lu son courrier }]\!]$$
$$=$$
$$[\![\text{ quelqu'un }]\!] \quad [\![\lambda x.(\text{Pierre pense que } x \text{ a lu son courrier})]\!]$$

⋆ ⋆ ⋆

$$\mathcal{C}[\mathbf{exit}(n)] \rightarrow n$$

$$[\![\mathbf{exit}(n)]\!]\,[\![(\lambda x.\,\mathcal{C}[x])]\!] \rightarrow [\![n]\!]$$

$$[\![\mathbf{exit}(n)]\!] = \lambda k.\,[\![n]\!]$$

Point de vue sémantique

Point de vue sémantique

Soit O un ensemble d'observables (comprenant au moins deux éléments). La seconde interprétation consiste en une injection canonique de l'ensemble A dans l'ensemble $O^{(O^A)}$:

Point de vue sémantique

Soit O un ensemble d'observables (comprenant au moins deux éléments). La seconde interprétation consiste en une injection canonique de l'ensemble A dans l'ensemble $O^{(O^A)}$:

$$a \in A \longmapsto f_a \in O^{(O^A)}$$

Point de vue sémantique

Soit O un ensemble d'observables (comprenant au moins deux éléments). La seconde interprétation consiste en une injection canonique de l'ensemble A dans l'ensemble $O^{(O^A)}$:

$$a \in A \longmapsto f_a \in O^{(O^A)}$$

telle que :

$$\forall g \in O^A.\, f_a(g) = g(a)$$

Point de vue sémantique

Soit O un ensemble d'observables (comprenant au moins deux éléments). La seconde interprétation consiste en une injection canonique de l'ensemble A dans l'ensemble $O^{(O^A)}$:

$$a \in A \longmapsto f_a \in O^{(O^A)}$$

telle que :

$$\forall g \in O^A .\, f_a(g) = g(a)$$

Le cas où $O = 2 = \{0, 1\}$ correspond à l'interprétation de Montague (des syntagmes nominaux) :

$$a \in \mathbf{e} \longmapsto \{P \in 2^{\mathbf{e}} \,|\, a \in P\} \in 2^{(2^{\mathbf{e}})}$$

Point de vue sémantique

Soit O un ensemble d'observables (comprenant au moins deux éléments). La seconde interprétation consiste en une injection canonique de l'ensemble A dans l'ensemble $O^{(O^A)}$:

$$a \in A \longmapsto f_a \in O^{(O^A)}$$

telle que :

$$\forall g \in O^A.\, f_a(g) = g(a)$$

Le cas où $O = 2 = \{0, 1\}$ correspond à l'interprétation de Montague (des syntagmes nominaux) :

$$a \in \mathbf{e} \longmapsto \{P \in 2^{\mathbf{e}} \,|\, a \in P\} \in 2^{(2^{\mathbf{e}})}$$

Transformée CPS (*Continuation Passing Style*)

Transformée CPS (*Continuation Passing Style*)

Transformation des types :

Transformée CPS (*Continuation Passing Style*)

Transformation des types :

$$\overline{\alpha} = (\alpha^o \rightarrow O) \rightarrow O$$

$$a^o = a$$
$$(\alpha \rightarrow \beta)^o = \alpha^o \rightarrow \overline{\beta}$$

Transformée CPS (*Continuation Passing Style*)

Transformation des types :

$$\overline{\alpha} = (\alpha^o \rightarrow O) \rightarrow O$$

$$a^o = a$$
$$(\alpha \rightarrow \beta)^o = \alpha^o \rightarrow \overline{\beta}$$

Transformation des termes :

Transformée CPS (*Continuation Passing Style*)

Transformation des types :

$$\overline{\alpha} = (\alpha^o \to O) \to O$$

$$\begin{aligned} a^o &= a \\ (\alpha \to \beta)^o &= \alpha^o \to \overline{\beta} \end{aligned}$$

Transformation des termes :

$$\begin{aligned} \overline{c} &= \lambda k.\, k\, c \\ \overline{x} &= \lambda k.\, k\, x \\ \overline{\lambda x.\, M} &= \lambda k.\, k\, (\lambda x.\, \overline{M}) \\ \overline{M\, N} &= \lambda k.\, \overline{M}\, (\lambda m.\, \overline{N}\, (\lambda n.\, m\, n\, k)) \end{aligned}$$