Un modèle de raisonnement avec propositions implicites

Areski Naït-Abdallah

INRIA
Domaine de Voluceau
Rocquencourt
78153 – Le Chesnay cedex
Email:
`Areski.Nait_Abdallah@inria.fr`

Alain Lecomte

CLIPS-IMAG
655 Avenue de l'Europe
BP 53
38041 – Grenoble cedex 9
`Alain.Lecomte@upmf-grenoble.fr`

RESUME. *L'interprétation du langage ordinaire nous conduit constamment à faire des raisonnements prenant en compte la notion d'implicite. Cela vient particulièrement du fait que pour des raisons d'économie, l'usage de la langue s'appuie sur des mécanismes d'inférence en contexte. Dans cet article, nous proposons un modèle de raisonnement basé sur la logique de l'information partielle. La distinction entre connaissance « dure », connaissance « périphérique » et connaissance sur les justifications, héritée de l'épistémologie de Lakatos, permet de donner un sens à la notion de « conséquence soft » que paraît devoir requérir la notion d'implicite présente dans le langage.*

1. Introduction

L'usage de la langue nous confronte à des mécanismes de raisonnement dont l'aspect partiel est un trait dominant. Parmi eux, figure bien sûr l'interprétation des *présupposés*. Il est bien connu que l'énoncé *Le roi de France est chauve*, produit dans le monde actuel n'a pas de valeur de vérité (ou bien la valeur $\perp$ - pour « indéfini » -) pour cause de non satisfaction de son présupposé dans toute circonstance compatible avec le monde actuel. Nous sommes donc amenés à travailler avec une valeur de vérité indéfinie.

Par ailleurs, le langage nous conduit constamment à faire des inférences en contexte qui sont susceptibles d'être révisées par la suite. La phrase (1) ci-dessous paraît impliquer que la personne dont on parle ne s'entraîne plus tous les matins comme auparavant :

(1) Jusqu'au mois dernier, il s'entraînait tous les matins

Cela n'est pourtant pas un cas de présupposition à proprement parler ([CHIE 00]) car il n'y a pas de marque linguistique particulière susceptible de déclencher un présupposé dans (1), et que la négation de (1) ne paraît pas pouvoir conserver le même implicite. Cela relève plus exactement de ce que l'on nomme depuis Grice une *implicature* et le raisonnement fait pour interpréter (1) pourrait être formulé de la manière suivante : si le locuteur savait que la personne dont il parle s'entraîne encore aujourd'hui, alors en vertu des maximes de Grice, il ne se serait pas exprimé comme en (1), donc nous pouvons déduire qu'il ne le sait pas, et s'il ne le sait pas, la raison la plus vraisemblable en est que cette personne ne s'entraîne effectivement plus tous les matins. Toutefois, (1) peut très bien se continuer par :

(2) Et j'ai vu hier qu'il s'entraînait encore.

Ou bien (1) peut figurer dans un dialogue où l'interlocuteur répond :

(3) Moi, je sais qu'il s'entraîne encore en ce moment

sans que cela n'entraîne de « contradiction ». On notera à ce sujet la différence qui existe entre *présupposition* et *implicature*. Si un locuteur déclare :

(4) Il est allé chercher son épouse à l'aéroport

alors le fait qu'un interlocuteur réponde :

(5) Mais il n'est pas marié !

n'a pas le même effet de simple « défaisabilité » des inférences, son effet est bien plus radical en ce qu'il invalide totalement l'assertion du premier locuteur (elle n'a plus de valeur de vérité définie). Ces points ont été suffisamment discutés dans la littérature pour que nous ne nous y étendions pas ici (voir par exemple [vdS 92], [GEU 99], [BEA 97], [SOA 89]).

Dans cet article, nous allons traiter des implicites « conventionnels » (présuppositions et implicatures) sous l'angle de leur possibilité ou de leur impossibilité d'être annulés et de leur admission ou de leur non admission en contexte. Pour cela, nous allons procéder en plusieurs étapes. Nous traiterons d'abord l'aspect partiel de la logique propositionnelle sous-jacente au traitement de l'implicite. Ensuite, nous introduirons la notion *d'ion d'information partielle*, due à A. Naït-Abdallah ([NAI 95]), qui permettra de définir ensuite les notions de justification acceptable ou non acceptable ainsi que la déduction « soft ». Nous comparerons cette approche avec une autre approche parfois mise en avant à propos de ce type de raisonnement : celle qui est basée sur la non-monotonie. Enfin nous reviendrons au phénomène de l'implicite en traitant quelques exemples.

2. Logique partielle propositionnelle

L'étude des présuppositions depuis Frege a conduit à admettre que les phrases dont les présupposés ne sont pas satisfaits n'ont tout simplement pas de valeur de vérité, ou alors qu'elles ont la valeur « indéfini ». Cette deuxième manière de voir les choses fait bien sûr de la logique partielle un cas particulier de logique trivalente. Ce rapprochement n'est bien sûr valide que si l'on tient compte de l'interprétation particulière que revêt la troisième valeur. Si nous admettons dans un premier temps qu'une proposition composée dont un membre possède un présupposé non satisfait reçoit également une valeur indéfinie, nous sommes amenés à adopter les *tables faibles de Kleene* (ou *connecteurs internes de Bochvar*)(cf. [BEA 97]). Mais de telles tables sont trop radicales. Elles ignorent le problème *de la projection*, c'est-à-dire le fait que les présupposés d'un constituant ne se projettent pas nécessairement à l'extérieur de celui-ci. C'est le cas pour une implication $\phi \Rightarrow \psi$ où le conséquent ψ présuppose π et où l'antécédent ϕ permet justement de déduire π, comme dans l'exemple :

(6) Si Pierre est marié, alors il ira attendre son épouse à l'aéroport

(6) n'ayant pas le présupposé *Pierre est marié*, et en admettant qu'elle n'a pas d'autre présupposé (ou que les éventuels autres présupposés sont satisfaits), elle a une valeur de vérité définie, qui n'est 0 que si *Pierre est marié* est vraie et que *Pierre ira attendre son épouse à l'aéroport* est faux. Autrement dit, dans une situation ou *Pierre est marié* est faux, (6) prendra la valeur 1 (vrai) quelle que soit la valeur de vérité prise par le conséquent, *y compris la valeur « indéfini »*. Cela conduit à adopter plutôt les valeurs données par les *tables fortes de Kleene* : (où le premier paramètre représente les lignes et le second les colonnes)

$\phi \wedge \psi$	1	0	$\perp$
1	1	0	$\perp$
0	0	0	0
$\perp$	$\perp$	0	$\perp$

$\phi \vee \psi$	1	0	$\perp$
1	1	1	1
0	1	0	$\perp$
$\perp$	1	$\perp$	$\perp$

$\phi \Rightarrow \psi$	1	0	$\perp$
1	1	0	$\perp$
0	1	1	1
$\perp$	1	$\perp$	$\perp$

ϕ	$\neg\phi$
1	0
0	1
$\perp$	$\perp$

Certains auteurs ([BEA 97]) ajoutent une table de vérité pour un opérateur de présupposition tel que (où π est associé aux colonnes) :

ϕ_π	1	0	$\perp$
1	1	$\perp$	$\perp$
0	0	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$

de sorte que ϕ_π dénote une proposition ϕ ayant un présupposé π (si π est n'est pas vraie alors ϕ_π est indéfini).

3. La présupposition en contexte

3.1. Accommodation

La théorie de la présupposition est ainsi un bon exemple d'utilisation d'une logique trivalente ou d'une logique partielle. On pourrait s'arrêter là de nos observations, on peut toutefois aller plus loin que ce simple constat en essayant de développer *une logique de l'information partielle* qui fasse apparaître les présuppositions comme un cas très particulier de formules déduites à partir de formules données. Ceci suppose un certain changement dans l'angle d'attaque du problème. Jusque là, ϕ présupposait π seulement lorsque π était une condition nécessaire du caractère défini de (la valeur de vérité de) ϕ : il s'agissait d'une caractérisation entièrement *statique*. Mais le discours ordinaire possède un caractère dynamique consistant dans les changements de contexte induits par l'énonciation d'une phrase contenant une présupposition. Une phrase S est alors acceptée dans un certain contexte c si ce contexte autorise la déduction des présupposés de S. A défaut, on fait appel au processus de l'*accommodation* ([LEW 79], [vdS 92]) mais ce processus demeure encore vague : pourquoi et à quels moments intervient-il ? Comment se fait-il que dans bien des cas, il se produise de manière quasi - automatique (si quelqu'un nous dit *Je pars demain en vacances avec mon épouse*, nous concluons immédiatement qu'il est marié, autrement dit nous accommodons spontanément) alors que dans d'autres, cela est plus difficile, soit parce qu'il est impossible d'accommoder (*Pierre sait que la Terre est plate* (???)), soit parce que la dynamique textuelle nous contraindrait en quelque sorte à faire trop d'efforts cognitifs si nous devions trop souvent accommoder. Si nous prenons l'exemple suivant :

(7) *les pompiers ont été appelés par le maire ou par le préfet. Le maire regrette de les avoir appelés*

des considérations d'économie cognitive font que le présupposé *le maire a appelé les pompiers* devrait pouvoir être déduit directement du contexte, qui contient seulement le fait que les pompiers ont été appelés par le maire *ou* par le préfet. De plus, le présupposé, s'il était accommodé, détruirait la pertinence (au sens des maximes de Grice) de la première phrase, à moins qu'un ajout intermédiaire n'intervienne pour restreindre le contexte, comme dans :

(8) *les pompiers ont été appelés par le maire ou par le préfet. En fait, c'est le maire qui les a appelés et il le regrette.*

Nous voyons qu'il manque à la théorie un traitement adéquat de ce qu'on appelle traditionnellement *accommodation*.

3.2. Non monotonie et partialité

3.2.1. Présupposition vs implicature

En première approximation, il semble possible de dire que les présupposés d'un énoncé sont ces propositions qui sont déduites d'une manière *non définitive* : soit elles sont maintenues (parce que le contexte nous donne de bonnes raisons de les maintenir), soit elles sont rejetées (parce que le contexte nous donne au contraire des raisons de le faire : elles entraîneraient, conjointement avec les connaissances contextuelles, des contradictions), soit elles sont encore sujettes à réévaluation par la suite. Ceci serait alors très réminiscent des problèmes abordés dans le cadre des logiques non monotones, où certaines conclusions provisoires peuvent par la suite être supprimées lorsqu'on en sait davantage. Par exemple :

(9) Tweety est un oiseau. J'en déduis qu'il vole

mais j'apprends par la suite que Tweety est un pingouin : je rétracte alors ma conclusion précédente.
Notons cependant que dans le cas de la présupposition, une telle rétractation est beaucoup plus difficile :

(10) (???) *Pierre sait que la Terre est plate. Mais la Terre est ronde*.
(11) (???) *Pierre est allé chercher son épouse à l'aéroport. En fait, il n'est pas marié*.

En fait, comme le dit Geurts ([GEU 99]), dans le langage ordinaire, un présupposé n'est *jamais annulé*. Il apparaît donc artificiel de faire de la présupposition un cas de *raisonnement non monotone*. Dans le cas de l'implicature toutefois, le rapprochement avec la logique non monotone paraît plus justifié.

3.2.2. Logique non monotone vs logique de l'information partielle

Comme l'indique A. Naït-Abdallah, ([NAI 95], p. 68), les théories non-monotones (en particuliers de McDermott et Doyle [McDER 80]) proposent une approche *globale* du raisonnement ordinaire qui vise simplement à spécifier un ensemble de croyances Φ qui soit cohérent. Mais il peut y avoir plusieurs tels ensembles et lorsqu'on arrive à l'un d'eux, les justifications pour choisir telle ou telle conclusion dans cet ensemble ont été escamotées (*swept under the rug*).
De fait, avec la théorie de l'implicite, on a besoin d'autre chose : les justifications ne doivent pas être escamotées mais au contraire elles doivent être présentes à toutes les étapes de l'interprétation linguistique puisque c'est elles qui vont déterminer les présupposés *accommodés*, expliquer pourquoi telle ou telle énonciation ne peut avoir

lieu dans un contexte donné ou bien être à l'origine d'une révision des inférences. Il faut donc adopter une approche différente, *locale* en ceci que le raisonnement gère « en chaque point » l'ensemble des justifications disponibles (ou non disponibles) afin de tirer une inférence dans un contexte donné. Toujours selon A. Naït-Abdallah, (p. 68), « dans l'approche locale, Φ spécifie un modèle partiel du monde qui est essentiellement une assignation propositionnelle ou de premier ordre, avec différents niveaux de confiance qu'on peut attribuer aux différentes parties du modèle ».
De toutes façons, le caractère non – monotone du raisonnement ordinaire (tel qu'il apparaît dans l'usage du langage) semble n'être qu'un effet secondaire du fait que nous raisonnons toujours avec des informations partielles.

3.3. Une définition de la notion d'implicite

Dans ce qui suit, nous nous tiendrons à la terminologie suivante ([MOE 94]) concernant la classification des implicites. Nous entendrons par *implicatures* les résultats d'inférences annulables. Elles seront soit *conventionnelles*, lorsqu'elles sont déclenchées par l'occurrrence de certains mots, soit *conversationnelles* lorsqu'elles résultent de l'application des maximes de Grice. Certains auteurs ([KAR 79]) ont cru pouvoir identifier les *présuppositions* et les *implicatures conventionnelles*. L'usage est plutôt aujourd'hui de les distinguer. Nous les regrouperons néanmoins sous l'appellation d'*implicites conventionnels*. On repère l'effet de présupposition dans la langue à certains critères, comme la survivance après certaines transformations syntaxiques (comme la négation). De plus, comme il a été mentionné plus haut, les présupposés ne sont pas annulables. On notera toutefois que certains auteurs ([GAZ 79]) admettent l'annulabilité des présupposés *lorsque ceux-ci sont dérivés d'une phrase négative*. Ainsi la phrase (12) suivante sera-t-elle admise :

(12) Jean ne regrette pas d'avoir échoué à son examen, puisqu'il a réussi

Nous retiendrons cette hypothèse dans la suite. D'un point de vue formel, nous dirons que les implicites (présupposés ou implicatures) de phrases intervenant dans un contexte donné sont des conséquences « *soft* » de ces phrases, une fois que leur contenu sémantique a été introduit dans le contexte (nous verrons plus loin que les vérités « soft » incluent strictement les vérités « dures », elles en sont le prolongement, de sorte que si une conséquence dure est tirée, par exemple dans le cas d'une présupposition, elle figurera bien dans le stock des conséquences « soft »).
Il nous faut donc maintenant entrer dans les détails de l'approche logique partielle afin de définir la relation $|=_{soft}$ ainsi que la notion de modèle minimal.

4. Eléments de logique de l'information partielle pour la théorie de la présupposition

4.1. La notion de ion d'information partielle, point de vue syntaxique

Dans la logique d'information partielle, une proposition peut être considérée comme conséquence «soft» d'un ensemble de prémisses si suffisamment de justifications peuvent lui être apportées, la faisant ainsi passer de la valeur $\perp$ à la valeur 1. Il importe donc d'enregistrer ces justifications dans certaines formules qui vont servir aux déductions (notamment pour qu'on garde constamment la trace des justifications en cause dans un raisonnement). Ces formules particulières seront appelées *Ions d'Information Partielle* (IIP). Par exemple, la formule suivante :

(13) $m \Rightarrow *(n, p)$

contient une formule ionique. Elle exprime le fait que lorsque la prémisse m est vraie, alors *pour peu que la justification n soit acceptable*, on pourra donner à p la valeur « vrai ». Le symbole « $*$ » dénote un opérateur particulier qui lie la justification à une formule. Nous le préciserons plus loin.
D'une façon générale, pour tout ensemble fini de formules Φ et toute formule g, pour tout opérateur ionique $*$, l'expression $*(\Phi, g)$ est une formule, appelée *ion d'information partielle*

Exemple : la formule $((a \Rightarrow b) \wedge b) \Rightarrow *(a, a)$ peut être considérée comme exprimant un *principe d'abduction* : si quand a se produit, b se produit et que justement b a lieu, alors on peut admettre (sous réserve !) que a est présentement le cas.

Le *rang* d'une formule ionique est, intuitivement, le degré d'emboîtement possible d'une sous-formule dans sa partie proprement ionique. Ainsi une formule quelconque de logique propositionnelle, comme $(a \Rightarrow b) \wedge b$, est de rang 0 puisqu'elle ne contient pas de partie proprement ionique (sous formule contenant l'opérateur $*$), alors que $((a \Rightarrow b) \wedge b) \Rightarrow *(a, a)$ est de rang 1 et que $*(*(p, q) \Rightarrow r, s)$ est de rang 2.

4.2. Modèles partiels pour la logique de l'information partielle

4.2.1. Modèles partiels pour logique propositionnelle partielle

Un modèle partiel en logique propositionnelle est simplement une fonction partielle de P dans $\{0, 1\}$, où P est l'ensemble des lettres propositionnelles du langage utilisé. L'ensemble des modèles partiels est donc :

$$\Delta_0 = \{f : P \to \{0, 1\}, f : \text{fonction partielle}\}$$

Δ_0 est aussi l'ensemble des modèles partiels des formules ioniques de rang 0. Δ_0 est un *ensemble partiellement ordonné* au moyen de la relation suivante, interprétée comme « moins informatif que » :

(14) $f \prec g$ si et seulement si g prolonge f, autrement dit : pour tout $\xi \in P$, si f est définie en ξ, alors $g(\xi) = f(\xi)$

Deux modèles f et g seront dits *compatibles* si et seulement si ils admettent un prolongement commun h, on écrira : $f \uparrow g$.

4.2.2. Vérité classique, vérité potentielle

La prise en compte des modèles partiels permet de définir deux notions de vérité :

- la vérité classique : $f \models \varphi$ si et seulement si la formule φ reçoit la valeur 1 dans le modèle f,
- la vérité « potentielle » : $f \Vdash \varphi$ si et seulement si la formule φ ne reçoit pas la valeur 0 dans le modèle f (donc reçoit la valeur 1 ou bien est non définie).

Il est facile de vérifier :

- $f \models \neg\varphi$ si et seulement si $f \nVdash \varphi$
- $f \Vdash \neg\varphi$ si et seulement si $f \not\models \varphi$

4.2.3. La notion de portée sémantique

L'un des intérêts majeurs de la logique partielle réside en ceci que des formules logiques équivalentes en logique classique ne le sont plus. Ainsi une formule A est-elle classiquement équivalente à une formule $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)$. C'est comme ça que, dans un raisonnement logique classique ([BAR 89], p. 12), de *Pierre a vu Marie entrer par la porte qui lui fait face*, on déduit que *Pierre a vu entrer Marie entrer par cette porte et Paul entrer par l'autre ou bien Marie entrer par cette porte et Paul ne pas entrer par l'autre*. Si nous savons pour une raison ou pour une autre que *Pierre n'a pas vu Paul ne pas entrer par une porte quelconque*, alors nous sommes obligés de conclure que *Pierre a vu Paul entrer par la porte dont il est question*… alors même que Paul n'est peut-être en fait pas en cause dans la situation. Pour introduire le genre de distinction dont nous avons besoin entre formules, on utilise la notion de portée sémantique.

Définition : soit φ une formule propositionnelle. La *portée sémantique* de φ est l'ensemble des assignations dans Δ_0 qui rendent φ vraie ou fausse.

Pour que deux formules soient équivalentes, nous exigerons qu'elles aient la même portée sémantique. On voit qu'avec cette précaution, si nous avons dans le contenu sémantique d'une phrase l'ensemble de formules $\{p \vee \neg p,\ p \Rightarrow q,\ \neg p \Rightarrow q\}$, cet ensemble n'est pas équivalent simplement à $\{q\}$. Autrement dit, il est tout à fait possible d'admettre la thèse selon laquelle, dans le cas de la présupposition, l'item déclencheur introduit les deux implications sans que pour autant la situation dégénère en la vérité tautologique du présupposé.

4.2.4. Modèles partiels pour les formules ioniques de rang 1 : vérité au sens de la logique de l'information partielle

Si nous rajoutons les formules ioniques, *en nous contentant toutefois pour l'instant des formules ioniques de rang 1*, alors nous devons complexifier cette sémantique de la logique partielle. Dans le problème de la présupposition, nous avons vu que dans certains cas, l'accommodation d'un présupposé pouvait facilement avoir lieu et que, dans d'autres, elle était bloquée, difficile en particulier d'accommoder dans le cas d'une phrase comme *Pierre sait que la Terre est plate*. Cela semble résulter du fait que certaines connaissances sont inscrites de manière dure (ou centrale) dans le fonds commun de connaissances lié au contexte, alors que d'autres n'y sont inscrites que de manière transitoire, ou périphérique. Ainsi, l'accommodation ne se fait pas dans l'exemple précédent car elle conduirait à créer une contradiction avec une connaissance définitive. De même évidemment si nous avons un fragment de texte légèrement différent de (7) :

(15) *les pompiers ont été appelés par le colonel de gendarmerie ou par le préfet. Le maire regrette de les avoir appelés*

l'accommodation ne se fera pas car les propositions assertées, qui ont été introduites dans le contexte, entreraient en contradiction avec le présupposé de la deuxième phrase, alors qu'en (7), elle peut être envisageable.

Ces remarques nous conduisent à adopter une démarche inspirée de l'épistémologie de Lakatos ([LAK 70]), qui consiste à séparer le fonds commun de connaissances du contexte en deux sous – ensembles : d'une part un *ensemble noyau*, qui contient les connaissances définitives, dites aussi connaissances « dures », et d'autre part un *ensemble périphérique*, qui contient les connaissances transitoires, dites aussi connaissances « softs ». Cette deuxième partie est toujours susceptible d'être révisée, puisque des propositions obtenues par la relation de déduction $\models_{soft}$, autrement dit des conséquences « softs », sont toujours amenées à l'enrichir. Le processus qui contrôle cet enrichissement est *la prise en compte des justifications*. Celles-ci constituent un troisième ensemble, constitué par tous les modèles partiels qui peuvent exister de manière compatible avec l'ensemble noyau. Finalement ([NAI 95], p.104) « une assertion dure donnée est considérée comme vraie sous une interprétation donnée si et seulement si l'ensemble noyau de cette interprétation contient assez d'information pour la déduire. Une assertion faible donnée sera considérée comme vraie sous la même interprétation si ses justifications sont acceptables sous cette interprétation et sa partie conclusion vraie pour l'ensemble périphérique de cette interprétation ». (Dans une assertion faible $*(n, p)$, n est la partie justificative et p est la conclusion).

En fin de compte, les *modèles des formules ioniques de rang 1* sont les triplets (f_0, J, f_1) où :

- f_0 donne la partie « dure » du modèle (connaissance noyau)
- f_1 donne la partie « soft» (connaissance périphérique)
- J est un ensemble de fonctions partielles g : P $\rightarrow$ {0, 1}
  de telle sorte que :
  - $f_0, f_1 \in \Delta_0$
  - $f_0 \uparrow f_1$ (les deux fonctions sont compatibles)
  - J $\neq \emptyset$, J $\subseteq \Delta_0$ (J un ensemble non vide de modèles partiels)
  - $\forall j \in J \; f_0 \prec j$ (tel que tout élément de J prolonge la fonction

exprimant la connaissance dure)

Soit Δ_1 l'ensemble de ces interprétations ioniques. Il possède lui aussi des propriétés analogues à celles de Δ_0. On peut définir une relation d'ordre partiel sur ses éléments :

$$(f_0, J, f_1) \prec (f'_0, J', f'_1) \textit{ si et seulement si } f_0 \prec f'_0, f_1 \prec f'_1, J' \subseteq J$$

autrement dit : un modèle ionique d'information partielle est moins informatif qu'un autre si à la fois sa partie dure et sa partie «soft» sont moins informatives et si on admet dans J plus d'interprétations potentielles que dans J'. On peut démontrer que Δ_1 est un inf-demi-treillis. D'autre part, si deux triplets f = (f_0, J, f_1) et f' = (f'_0, J', f'_1) ont au moins un majorant commun, alors ils ont une borne supérieure et on déduit dans ce cas que nécessairement J ∩ J' ≠ ∅.

4.2.5. Interprétations de l'opérateur étoile

Cette notion de modèle partiel pour les ions d'information partielle nous permet ensuite de donner plusieurs interprétations possibles à l'opérateur $*$. Rappelons que $*$(n, p) signifie que si n figure dans les justifications acceptables, alors p peut être admis pour vraie. Précisons l'interprétation d'un ion de type $*$(n, p) (*ion conditionnel*) :

(16) $*$(n, p) est vraie si la justification n est acceptable et p est vraie dans le sens « soft », ***ou bien*** *si la justification n n'est pas acceptable,*
$*$(n, p) est fausse si la justification n est acceptable et p est fausse dans le sens « soft »

Il y a cependant plusieurs manières d'entendre cette notion de justification acceptable. Une justification peut être acceptable par rapport à un modèle si elle est vraie pour toute interprétation dans J (|=∀), ou pour au moins une (|=∃). Elle peut aussi être acceptable si elle est potentiellement vraie pour toute interprétation dans J (||=∀), ou pour au moins une (||=∃). Il en va de même pour les justifications « négatives » : une justification peut être non acceptable parce qu'elle est non vraie ou non potentiellement vraie pour toute interprétation dans J, (|≠∀ et ||≠∀) ou bien pour au moins une (|≠∃ et ||≠∃). « $*$ » reçoit donc plusieurs interprétations possibles selon le choix que nous faisons. Une fois qu'on a éliminé les cas qui conduiraient à des indécisions, on se retrouve avec 9 opérateurs possibles :

$*_1$: {||=∀, ||≠∀} $*_2$: {|=∀, |≠∀} $*_3$: {|=∀, ||≠∀} $*_4$: {||=∀, ||≠∃}
$*_5$: {|=∀, |≠∃} $*_6$: {|=∀, ||≠∃} $*_7$: {||=∃, ||≠∀} $*_8$: {|=∃, |≠∀}
$*_9$: {|=∃, ||≠∀}

Nous pouvons ensuite définir les notions de vérité et de conséquence dans la logique des formules ioniques de rang inférieur ou égal à 1. Etant donné un opérateur conditionnel $*$ (l'un des neuf donnés ci-dessus), nous écrirons : $f \vdash_* n$ pour : n est une justification acceptable pour l'opérateur « $*$ » sous l'interprétation f (f donne la valeur 1 à la justification n), $f \dashv_* n$ pour : n est une justification inacceptable pour « $*$ » sous f.

Nous définissons également $\overline{f +^{*} n}$: n n'est pas une justification acceptable pour « $*$ » sous f et $\overline{f -^{*} n}$: f n'est pas une justification inacceptable pour « $*$ » sous f. Noter que le fait qu'une justification soit inacceptable pour « $*$ » sous f n'est pas équivalent au fait qu'elle ne soit pas acceptable. Si nous prenons par exemple le cas du connecteur $*_1$ ({||=∀, ||≠∀}), dire que n est inacceptable sous $f = (i_0, J, i_1)$, c'est dire que toutes les interprétations dans J donnent à n la valeur 0, dire qu'elle n'est pas acceptable, c'est dire qu'il est faux que toutes lui donnent la valeur 1 ou ⊥, autrement dit il suffit qu'au moins une lui donne la valeur 0.

4.2.6. Vérité des formules ioniques de rang 1

Nous retrouvons les deux notions de vérité (classique et potentielle) que pour la logique propositionnelle partielle, mais en plus, nous obtenons deux sous - variétés de plus : les vérités « dures » (ou définitives) et les vérités « soft » (ou faibles).

- *vérité dure* : $f \models \varphi$ ou $f \mathrel{||}= \varphi$: on n'utilise pas la partie f_1 du modèle pour l'évaluation,
- *vérité «soft»* : $f \models_{soft} \varphi$ ou $f \mathrel{||}=_{soft} \varphi$: l'utilisation de la partie f_1 du modèle est autorisée.

Ainsi, il y a des vérités classiques dures, des vérités classiques «soft», des vérités potentielles dures et des vérités potentielles «soft» (voir le détail dans Naït-Abdallah, 1995).

4.3. Représentation sous forme de tableaux

Il est possible de développer une *méthode des tableaux* pour la logique partielle ionique de rang 1, qui permet de faire la liste des classes de modèles d'un ensemble donné de formules (une classe de modèles se définissant par les contraintes minimales qu'un représentant de la classe doit respecter). Si on se restreint à la logique propositionnelle partielle, on a facilement les tableaux suivants :

Négation :

$\models \neg\varphi$	$\not\models \neg\varphi$	$\mathrel{\|}\models \neg\varphi$	$\mathrel{\|}\not\models \neg\varphi$
|	|	|	|
$\mathrel{\|}\not\models \varphi$	$\mathrel{\|}\models \varphi$	$\not\models \varphi$	$\models \varphi$

Conjonction :

$\models \varphi\wedge\psi$	$\not\models \varphi\wedge\psi$	$\mathrel{\|}\models \varphi\wedge\psi$	$\mathrel{\|}\not\models \varphi\wedge\psi$
|	$\not\models \varphi$ $\not\models \psi$	|	$\mathrel{\|}\not\models \varphi$ $\mathrel{\|}\not\models \psi$
$\models \varphi$		$\mathrel{\|}\models \varphi$	
$\models \psi$		$\mathrel{\|}\models \psi$	

Implication :

$\models \varphi \Rightarrow \psi$	$\not\models \varphi \Rightarrow \psi$	$\mathrel{\|}\models \varphi \Rightarrow \psi$	$\mathrel{\|}\not\models \varphi \Rightarrow \psi$
$\mathrel{\|}\not\models \varphi$ $\models \psi$	|	$\not\models \varphi$ $\mathrel{\|}\models \psi$	|
	$\mathrel{\|}\models \varphi$		$\models \varphi$
	$\not\models \psi$		$\mathrel{\|}\not\models \psi$

Une branche de la recherche est *close* lorsqu'on trouve sur cette branche une formule *a* qui est à la fois vraie et fausse ou indéfinie classiquement, ou à la fois classiquement vraie et non potentiellement vraie (donc classiquement fausse) ou à la fois potentiellement vraie et classiquement fausse.

<table>
<tr><td>$|= a$
$|\neq a$</td><td>$|= a$
$||\neq a$</td><td>$||= a$
$||\neq a$</td></tr>
</table>

Cette méthode peut être généralisée et appliquée à la logique ionique de rang 1 (elle peut l'être aussi pour un rang arbitraire, mais nous n'envisagerons pas ce cas général ici). Nous devons alors envisager les 4 variétés de vérité.

<table>
<tr><td>$|= *(\varphi, \psi)$
$+*\varphi$ $-*\varphi$
$|=_{soft}\psi$</td><td>$|\neq *(\varphi, \psi)$
$|$
$\overline{-*\varphi}$
$\overline{+*\varphi}$ $|\neq_{soft}\psi$
$|=_{soft}\psi$</td></tr>
<tr><td>$||= *(\varphi, \psi)$
$\overline{+*\varphi}$ $||=_{soft}\psi$
$||\neq_{soft}\psi$</td><td>$||\neq *(\varphi, \psi)$
$|$
$+*\varphi$
$||\neq_{soft}\psi$</td></tr>
<tr><td>$|=_{soft} *(\varphi, \psi)$
$+*\varphi$ $-*\varphi$
$|=_{soft}\psi$</td><td>$|\neq_{soft} *(\varphi, \psi)$
$|$
$\overline{-*\varphi}$
$\overline{+*\varphi}$ $|\neq_{soft}\psi$
$|=_{soft}\psi$</td></tr>
<tr><td>$||=_{soft} *(\varphi, \psi)$
$\overline{+*\varphi}$ $||=_{soft}\psi$
$||\neq_{soft}\psi$</td><td>$||\neq_{soft} *(\varphi, \psi)$
$|$
$+*\varphi$
$||\neq_{soft}\psi$</td></tr>
</table>

Les cas de clôture de branches sont nombreux. Ils contiennent bien sûr les cas hérités de la logique propositionnelle partielle : si τ est l'un des symboles de vérité :

<table>
<tr><td>$\tau\varphi$
$\not\tau\varphi$</td><td>$\tau_{soft}\varphi$
$\not\tau_{soft}\varphi$</td><td>$|= \varphi$
$||\neq \varphi$</td><td>$|=_{soft} \varphi$
$||\neq_{soft} \varphi$</td></tr>
</table>

Mais aussi ils tiennent compte de ce que :

1) *la connaissance «soft» « prolonge » la connaissance dure* :

par exemple, le fait que φ ne soit pas une vérité «soft» classique contredit le fait que ce soit une vérité dure classique ($2^{ème}$ cas).

<table>
<tr><td>$||\neq\varphi$
$||=_{soft} \varphi$</td><td>$|= \varphi$
$|\neq_{soft} \varphi$</td><td>$||\neq \varphi$
$|\neq_{soft} \varphi$</td><td>$|= \varphi$
$||\neq_{soft} \varphi$</td></tr>
</table>

2) *la partie « justification » de la connaissance prolonge la connaissance dure* :

$\models \varphi$ $-{*}\varphi$	$\Vert\neq \varphi$ $+{*}\varphi$	$\dfrac{\models \varphi}{+{*}\varphi}$	$\dfrac{\Vert\neq \varphi}{-{*}\varphi}$

4.5. Ordonnancement des modèles, modèles minimaux

On cherche maintenant à définir des relations d'ordre sur les modèles de logique ionique d'information partielle qui formalisent l'idée selon laquelle on préfère les modèles « optimistes », c'est-à-dire ceux qui maximisent la connaissance périphérique. Nous aurons besoin pour cela de la notion de champ de justification.

4.5.1. Théories et champs de justifications

Soit f une interprétation ionique, alors on peut définir la « théorie de l'interprétation f » par : $Th(\models)(f) = \{\varphi\ ; f \models \varphi\}$
Le *champ de justification* (*warrant scope*) de f contient une partie positive et une partie négative :

- champ de justification positive : $Th(+*)(f) = \{\varphi\ ; f +_* \varphi\}$,
- champ de justification négative : $Th(-*)(f) = \{\varphi\ ; f -_* \varphi\}$,
- champ de justification de f relatif à l'opérateur ionique * :

$$Th(*)(f) = Th(+_*)(f) \cup Th(-_*)(f)$$

4.5.2. Ordonnancement basé sur les justifications

Le but de l'ordonnancement est donc de maximiser $Th(+*)(f)$ et éventuellement minimiser $Th(-*)(f)$. Plusieurs ordonnancements sont définissables, nous n'en retiendrons qu'un. Soit $\leq_{*p}$ la relation définie comme suit :
Pour deux interprétations ioniques f et g, $f \leq_{*p} g$ si et seulement si :

- $Th(+*)(g) \subseteq Th(+*)(f)$
- $Th(-*)(f) \subseteq Th(-*)(g)$

Autrement dit, f accepte plus de justifications et en rejette moins que g.

Théorème : pour tout opérateur *, l'ordonnancement basé sur les justifications est un préordre.

5. Retour sur la théorie des implicites

5.1. Accommodation et résolution

L'introduction des concepts précédents nous permet maintenant de revenir à la théorie des implicites puisque désormais la définition donnée plus haut, et que nous répétons ci-dessous, revêt une signification précise.
Définition : étant donné un ensemble de formules Φ, qui ne contient pas l'ensemble **G** des formules traduisant les maximes de Grice, on définit les *implicites*

conventionnels de Φ comme étant les formules φ appartenant à l'ensemble :
$S(\Phi) = \cap\{Th(|=_{soft})(m)\ ;\ m \text{ modèle minimal de } \Phi\}$
Notons que, dans cette définition, la notion de contexte n'est pas prise en compte. Or celle-ci est nécessaire si nous voulons rendre compte de l'aspect dynamique. Nous ajouterons donc :
Définition : un *contexte* est une classe de modèles partiels minimaux.
Définition : l'énonciation d'une phrase S d'implicite conventionnel p dans un contexte c est admissible si et seulement s'il existe au moins un modèle minimal de S + c acceptant p comme vérité « soft » (et a fortiori comme vérité « dure »).
Si ce modèle minimal est le prolongement d'un modèle minimal de c acceptant déjà p comme vérité « dure », alors l'implicite p est dit *résolu par le contexte*, sinon p est dite *accommodée au contexte*.

5.2. Exemples

5.2.1. Accommodation simple

Soit S = « Pierre n'a pas arrêté de fumer »
Avec p = *Pierre a arrêté de fumer*, q = *Pierre fumait auparavant*. Admettons que le contenu de S puisse se formaliser par : $\neg p,\ p \Rightarrow q,\ \neg p \Rightarrow *(q, q)$ (NB : les deux dernières formules traduisent la présupposition déclenchée par le verbe aspectuel « arrêter », elles trouvent donc leur origine dans le lexique verbal du français).
On a par la méthode des tableaux :

$$\begin{array}{cc} \multicolumn{2}{c}{|= \neg p,\ |= p \Rightarrow q,\ |= \neg p \Rightarrow *(q, q)} \\ \multicolumn{2}{c}{|= *(q, q)} \\ +*q & -*q \\ |=_{soft} q & \end{array}$$

Le modèle minimal au sens des justifications est bien sûr représenté par $<\{|= \neg p\}, \{+*q\}, \{|=_{soft} q\}>$. Il possède une justification positive et une conséquence « soft », selon laquelle on a q, c'est-à-dire « Pierre fumait auparavant ». Si cette phrase S est précédée d'une suite de phrases fournissant un contexte c_1 qui ne contient ni d'assertion $|= q$, ni d'assertion $||\neq q$, alors on dira que q est *accommodé au contexte*.

5.2.2. Rejet d'une assertion en contexte

Supposons maintenant que nous ayons la suite textuelle suivante :

**Pierre n'a jamais fumé une cigarette de sa vie. Il n'a pas arrêté de fumer.*

alors, la première phrase fournit un contexte c_1, qui contient l'assertion $|= \neg q$ (*Pierre n'a jamais fumé auparavant*). La seconde phrase contient comme précédemment : $\neg p,\ p \Rightarrow q,\ \neg p \Rightarrow *(q, q)$. Son insertion dans le contexte c1 conduit à la recherche de modèles pour : $|= \neg q,\ |= \neg p,\ |= p \Rightarrow q,\ |= \neg p \Rightarrow *(q, q)$ d'où :

$$\begin{array}{cc} \multicolumn{2}{c}{|= \neg q} \\ \multicolumn{2}{c}{|= *(q, q)} \\ +*q & -*q \\ |=_{soft} q & \end{array}$$

mais la branche conduisant à $|=_{soft}q$ est close puisqu'on y trouve à la fois $|= \neg q$, c'est-à-dire $||\neq q$ et $+*q$ (cf. cas de clôture ci-dessus). La seule classe de modèles est donc représentée par : $<\{||\neq q\}, \{-*q\}, \varnothing>$, elle signifie que *Pierre n'a jamais fumé* et qu'on ne peut pas utiliser le fait qu'il ait fumé comme justification. Cette classe de modèles ne contient aucune connaissance « soft » et en particulier aucune connaissance « soft » correspondant au présupposé de la seconde phrase. On en déduit que l'énonciation de la deuxième phrase n'est pas admissible dans le contexte fourni par la première.

5.2.3. Résolution d'un présupposé

Soit la suite textuelle : *Pierre est marié. Il n'a pas pu voir sa femme*.
Sans refaire le détail de la détermination des classes de modèles, on peut deviner facilement que nous allons obtenir une classe de modèles minimale avec : $<\{|= p, |= \neg q\}, \{+*p\}, \{|=_{soft}p\}>$, où p = *Pierre est marié* et q = *Pierre a pu voir sa femme*. Comme la connaissance « soft » prolonge la connaissance dure, une telle classe est nécessairement équivalente à $<\{|=p, |=\neg q\}, \varnothing, \varnothing>$, autrement dit le présupposé p est ici *résolu par le contexte*.

5.2.4. Annulabilité et implicature

Soit la suite textuelle : Pierre n'a pas pu voir sa femme, puisqu'il n'est pas marié. En ce cas, la connaissance « soft » dérivée de la première phrase (Pierre est marié) est annulée par la deuxième phrase. On arrive à une classe de modèles partiels minimaux $<\{|=\neg p,|=\neg q\}, \varnothing, \varnothing>$.

6. Conclusion

Nous avons présenté un modèle logique de raisonnement avec propositions implicites basé sur la logique de l'information partielle d'Areski Naït-Abdallah. L'un de ses avantages est qu'il nous permet de calculer en contexte l'acceptabilité d'un énoncé compte tenu des implicites conventionnels qu'il renferme. Un implicite conventionnel (implicature ou présupposé), déclenché par un item lexical ou une construction grammaticale, est soit *résolu* par le contexte soit *accommodé* au contexte, ou alors il entraîne *le rejet* de l'énoncé qui le porte. Nous avons indiqué la différence de comportement entre une vérité *présupposée* et le résultat d'une *implicature*. Dans ce dernier cas, le processus de déduction est *annulable* et rejoint alors la logique des raisonnements non monotones, nous avons admis qu'il en était de même pour les présupposés dérivés de phrases négatives. Dans le cas d'un présupposé issu de phrase positive, la conséquence appartient à la partir « dure » de la connaissance, ce qui explique l'absence d'annulabilité. On travaille toujours néanmoins dans un cadre de vérité partielle, ne serait-ce que parce que seules sont évaluées (vraies ou fausses) les propositions qui apparaissent dans la portée sémantique des formules du contexte. La non-monotonie étant un « effet de bord » de la partialité, au sens où elle résulte d'un calcul sur les justifications, nous avons alors l'avantage de traiter ces deux phénomènes voisins mais différents dans le même cadre.

Références

[BAR 89] Barwise, Jon, 1989, *The Situation in Logic*, CSLI Lecture Notes, Stanford,

[BEA 97] Beaver, David, 1997, 'Presupposition' in (van Benthem et ter Meulen eds.) *Handbook of Logic and Language*, North-Holland,

[CHIE 00] Chierchia, G. et McConnell-Ginet, S., 2000, *Meaning and Grammar, An Introduction to Semantics*, MIT Press,

[GAZ 79] Gazdar, G., 1979, *Pragmatics: Implicature, Presupposition and Logical Form*. Academic Press, New York, London,

[GEU 99] Geurts, Bart, 1999, *Presuppositions and Pronouns*, Elsevier, Oxford,

[GRI 81] Grice, P., 1981, 'Presupposition and Implicature', *Radical Pragmatics*, P. Cole ed. Academic Press, New-York, 183 – 199,

[KAR 79] Karttunen, L. et Peters, S., 1979, 'Conventional Implicature', in Oh, C.K., et Dinnen, D.A. eds. *Syntax and Semantics 11 : Presupposition*, New-York, Academic Press, 1-56,

[LAK 70] Lakatos, Imre, 1970, 'Falsification and the methodology of scientific research programmes'. In Lakatos et Musgrave, eds, *Problems in the Philosophy of Science*, pp 91 – 196, North Holland, Amsterdam,

[LEW 79] Lewis, David, 1979, 'Scorekeeping in a language game', *J. Philos. Logic* **8**, 339 – 359,

[MAN 97] Manara, Lucia et De Roeck, Anne, 1997, 'A Belief-Centered Treatment of Pragmatic Presupposition', in Retoré (ed) *Logical Aspects of Computational Linguistics*, LNAI n°1328, Springer,

[McDER 80] McDermott et Doyle, 1980, Non-monotonic logic, *Artificial Intelligence*, **13** : 27 – 39,

[MOE 94] Moeschler, Jacques et Reboul, Anne, 1994, *Dictionnaire Encyclopédique de Pragmatique*, Ed. du Seuil, Paris,

[NAI 94] Naït-Abdallah, Areski, 1994, 'Computing natural language presuppositions:
a partial information logic based approach' in *Mathematical aspects of natural and formal languages, Festschrift for Professor Salomon MARCUS's 70th birthday*, G. Paun editor, World Scientific p. 333-358.

[NAI 95] Naït-Abdallah, Areski, 1995, *The Logic of Partial Information*, Springer verlag, Berlin, Heidelberg,

[REI 80] Reiter, R., 1980, 'A logic for default reasoning', *Artificial Intelligence*, **13**:81 – 132,

[SOA 89] Soames, Scott, 1989, 'Presupposition' in (Gabbay et Guenthner eds.) *Handbook of Philosophical Logic*, Kluwer,

[vdS 92] Van der Sandt, Robert, 1992, 'Presupposition Projection as Anaphora Resolution', *Journal of Semantics* **9**: 333 - 377